

Mecànica 1

Versió 1.0

Índex:

1. Palanques	1
2. Problemes sobre palanques 1	-
3. Problemes sobre palanques 2	-
4. Politges i polispastos	1
5. Engranatges	2
6. Càlculs en engranatges	4
7. Problemes sobre engranatges	-
8. Transmissió per cadena	5

1. Palanques

1.1. Les palanques són màquines simples

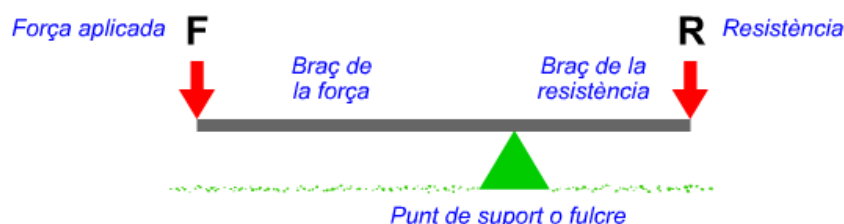
Les palanques són màquines simples. Estan compostes per una barra rígida i un punt de suport o fulcre. S'utilitzen normalment per aplicar una força elevada a partir d'una força més petita: són una espècie de multiplicador de la força. Si fem servir una palanca imaginària que sigui suficientment llarga, amb la força exercida pel pes d'una formiga es podrà aixecar un elefant. Tot i que, cal tenir en compte que la multiplicació de la força realitzada per una palanca no és gratuïta: a canvi d'exercir més força, la formiga haurà de fer un gran desplaçament, molt més gran del que faria l'elefant.

1.2. Avantatge i desavantatge mecànic

Quan una palanca multiplica la força inicial diem que té avantatge mecànic. No totes les palanques tenen el mateix avantatge, en alguns tipus de palanques cal aplicar una força elevada per vèncer una força més petita, és el que s'anomena desavantatge mecànic. La part positiva és que s'obté un gran desplaçament de la força més petita, la qual cosa pot ser interessant en alguns mecanismes, com en una barrera.

1.3. Parts d'una palanca

Les parts d'una palanca són les que pots veure en aquest dibuix:



La resistència és una força (moltes vegades és el pes d'un objecte) que cal vèncer mitjançant una altra força, la força aplicada. El punt de suport, o fulcre, és el punt sobre el qual bascula la palanca. Els braços, el braç de la força i el braç de la resistència, corresponen a la distància entre el fulcre i la força aplicada o la resistència.

1.4. La Llei de la Palanca

Les palanques es comporten seguint una llei física, anomenada Llei de la Palanca, que s'expressa matemàticament amb l'equació de sota. És molt útil per preveure com es comportarà una palanca determinada.

$$F \cdot B_F = R \cdot B_R$$

On F és la força aplicada, B_F la longitud del braç de la força, R la resistència i B_R la longitud del braç de la resistència. Tant la força aplicada com la resistència s'han d'indicar en newtons (N). La longitud del braç de la força i de la resistència s'indiquen en metres (m).

1.5. Tipus de palanques

Hi ha 3 tipus de palanques segons la posició relativa de la força, la resistència i el punt de suport. Són les següents:

- Palanques de primer grau. El punt de suport, o fulcre, està situat entre la força i la resistència. Exemple: balancí.
- Palanques de segon grau. La resistència està situada entre la força i el punt de suport. Exemple: carretó.
- Palanques de tercer grau. La força se situa entre la resistència i el punt de suport. Exemple: canya de pescar.

4. Politges i polispastos

4.1. Politges

Les politges són rodes que tenen la superfície lateral adaptada, normalment en forma de canal, perquè una corda o una corretja hi pugui estar en contacte sense sortir-se'n. Una politja simple no multiplica la força aplicada (no té avantatge mecànic), però sí que canvia la seva direcció, per la qual cosa són molt útils, per exemple, per pujar càrregues des del terra.

4.2. Polispastos

Un polispast és un conjunt de politges combinades que ens permet elevar un gran pes aplicant poca força. Estan formats per politges fixes (que s'asseguren a la part superior) i politges mòbils (que es van movent a mesura que s'estira la càrrega). Com més politges té un polispast, menys força s'ha de fer per aixecar la càrrega (i més gran és l'avantatge mecànic), tot i que també és més gran la quantitat de corda que s'ha d'estirar.

Cada politja mòbil d'un polispast aporta un avantatge mecànic de 2, és a dir, redueix a la meitat la força que hem de fer per vèncer una determinada resistència ($F = R / 2n$, on F és la força aplicada, R la resistència, i n el nombre de politges mòbils).

Una persona gairebé no podria moure un carretó de 60 kg amb una politja simple. En canvi, amb un polispast de 3 politges mòbils, la força que caldrà aplicar serà 6 vegades menor (haurà de vèncer un pes equivalent de només 10 kg), amb la qual cosa podrà aixecar el carretó sense problemes.

El nombre de politges mòbils augmenta l'avantatge mecànic d'un polispast. Diferents combinacions de politges per pujar un carretó de 60 kg:

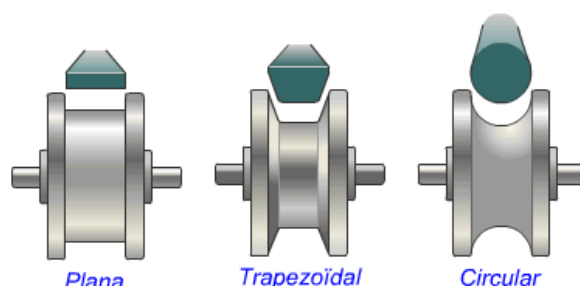
- Amb una politja simple gairebé no pot moure'l. Millor que ho provi amb un polispast.
- Amb un polispast d'una politja mòbil, el pes equivalent és de 30 kg. Pot pujar el carretó, però amb molt d'esforç.
- Amb un polispast de dues politges mòbils, el pes equivalent del carretó és de 15 kg. Pot pujar el carretó més fàcilment, tot i que he d'estirar més corda.
- Amb un polispast de tres politges mòbils, el pes equivalent del carretó és de 10 kg. Pot aixecar el carretó amb bastanta comoditat, tot i que cal estirar molta corda.

4.3. Torn

Un mecanisme relacionat amb les politges és el torn. És un cilindre sobre el qual s'enrotlla un cable o una cadena. Al seu eix hi ha una manovella, el braç de la qual és més llarg que el diàmetre del cilindre, la qual cosa ens permet enrotllar el cable al cilindre amb l'ús de menys força. Es pot augmentar l'avantatge mecànic d'un torn si li acoblem un mecanisme reductor d'engranatges.

4.4. Transmissió mitjançant politges

Si unim dues politges mitjançant una corretja, podem transmetre el moviment de rotació d'una politja a una altra. Es tracta d'un mecanisme de transmissió útil per a màquines que no requereixen gaire potència. És una transmissió senzilla i econòmica de fabricar i mantenir. Hi ha diferents tipus de corretges que es poden utilitzar, a la dreta pots veure les més comunes.



Cal que les politges estiguin fermament unides als eixos, a l'eix del motor o a l'eix de la màquina que fan girar. Per assegurar aquesta unió, normalment es fa una fissura a l'eix i a la politja i, s'introdueix, a pressió, una peça metàl·lica que s'anomena claveta.

La politja que transmet el moviment s'anomena politja motora o motriu i la politja que rep el moviment, politja conduïda o de sortida. Hi ha tres tipus de transmissió en funció del diàmetre de les dues politges:

- Transmissió unitària. Si les dues politges són iguals la politja de sortida girarà a la mateixa velocitat que la politja motora.
- Transmissió multiplicadora. Si la politja de sortida és més petita que la motora, girarà més ràpidament. Es tracta d'un mecanisme de multiplicació de la velocitat.
- Transmissió reductora. Si la politja de sortida és més gran que la motora, girarà més lentament. Es tracta d'un mecanisme de reducció de la velocitat.

Es pot calcular matemàticament la velocitat de rotació de la politja de sortida si fem servir la següent equació.

$$D_m \cdot N_m = D_s \cdot N_s$$

On D_m és el diàmetre de la politja motora, N_m la velocitat de la politja motora, D_s el diàmetre de la politja de sortida i N_s la velocitat de la politja de sortida.

Com a unitat de mesura s'utilitzen les "revolucions per minut", amb la forma abreujada de rpm.

És possible construir un canvi de marxes si col·loquem diverses parelles de politges de diferents mides en paral·lel. Si canviem la situació de la corretja, podem variar la velocitat de l'eix de sortida. És el mecanisme que solen tenir els trepants de taula.

5. Engranatges

5.1. Introducció als engranatges

Els engranatges o rodes dentades són elements mecànics dissenyats per transmetre moviments giratoris. Els pots veure en moltes màquines. La seva forma és la d'una roda amb dents tallades al seu contorn. Aquestes dents engranen –encaixen– en les de l'altra roda similar, de manera que quan una gira, obliga l'altra a girar.

La característica fonamental d'un engranatge és el nombre de dents que té. Aquest valor se sol representar amb la lletra Z. Així, si llegeixes $Z = 14$, significarà que l'engranatge té 14 dents. L'altra dada essencial és la velocitat de gir, que es representa amb la lletra N, es mesura en rpm (revolucions per minut) i, indica el nombre de voltes que fa un engranatge cada minut.

Als mecanismes d'engranatges, sempre n'hi ha un que empeny, anomenat engranatge motor o motriu, i un altre que rep el moviment, l'engranatge conduït o de sortida. La barra en la qual van muntats els engranatges és l'eix.

Amb l'ús dels engranatges podem modificar fàcilment la velocitat de rotació d'una màquina. Per això, cal fer servir dos engranatges amb diferent nombre de dents. Si l'engrenatge de sortida és més gran que l'engrenatge motor, girarà més lentament; si és més petit, girarà més ràpidament.

5.2. Tipus d'engranatges

Hi ha molts tipus d'engranatges. Podem classificar-los en dos grups: segons la forma de l'engrenatge o segons la forma de les seves dents.

2.1. Segons la forma de l'engrenatge:

- Engranatges cilíndrics: Tenen forma de cilindre. Transmeten el moviment entre eixos paral·lels.
- Engranatges cònics: Tenen forma de con truncat. Transmeten el moviment entre eixos perpendiculars.

2.2. Segons la forma de les dents:

- Engranatges de dents rectes: Les dents segueixen línies rectes (tant les dels cilíndrics com les dels cònics).
- Engranatges de dents helicoidals: Tenen les dents corbades. Són més silenciosos que els engranatges de dents rectes, per aquesta raó s'utilitzen a les caixes de canvi dels automòbils. Hi ha engranatges helicoidals cilíndrics i engranatges helicoidals cònics.

5.3. Funcionament dels engranatges

Els engranatges s'utilitzen en les màquines per transmetre moviment giratori. A continuació estudiarem alguns dels aspectes que cal tenir en compte quan es dissenya un mecanisme d'engranatges.

3.1. Dos engranatges inverteixen el sentit del gir.

En transmetre el moviment, una parella d'engranatges inverteix el sentit del gir.

3.2. Engranatge boig

Si es desitja aconseguir el mateix sentit del gir en el motor i en el de sortida, es pot intercalar un engranatge intermedi, que s'anomena engranatge boig, que té com a finalitat invertir el sentit de rotació.

Un mecanisme format per més de dos engranatges rep el nom de tren d'engranatges.

3.3. Transformació del moviment: força i velocitat

Si una parella d'engranatges té mides diferents (diversos números de dents), el moviment de rotació, en comptes de transmetre's, es transforma. La velocitat i la força que podrà transmetre cada engranatge seran diferents. Hi ha dues possibilitats: que sigui un mecanisme reductor o multiplicador de la velocitat.

3.3.1. Mecanisme reductor de la velocitat

En aquest cas, l'engrenatge motor és més petit que l'engrenatge de sortida. L'engrenatge de sortida girarà més lentament, però podrà realitzar més força. És un mecanisme interessant quan volem fer funcionar una màquina que ha de girar lentament amb un motor que gira molt ràpid, o quan disposem de poca força per realitzar una tasca que necessita una força més gran. Un exemple: un mecanisme per llevar manualment l'àncora d'un vaixell.

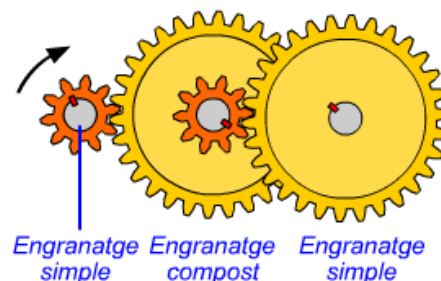
3.3.2. Mecanisme multiplicador de la velocitat

En aquest tipus de mecanisme, l'engrenatge motor és més gran que l'engrenatge de sortida. L'engrenatge de sortida girarà més ràpidament, però podrà realitzar menys força. És un mecanisme interessant quan volem fer funcionar una màquina molt ràpidament. Un exemple: un mecanisme per accionar manualment un generador elèctric, com els que pots veure als laboratoris de ciències o en algunes llanternes que funcionen sense piles.

3.4. Engranatges compostos

Molts cops s'utilitzen els engranatges per reduir la velocitat d'un motor. A vegades, amb una sola parella d'engranatges és impossible que la velocitat es redueixi tot el que necessitem; és quan es recorre al muntatge de diverses parelles d'engranatges consecutives. La millor manera de muntar aquests engranatges en cascada és fent servir engranatges compostos: dos engranatges de diferent mida que estan units, i es mouen, per tant, a la mateixa velocitat.

A la dreta es mostra un tren d'engranatges amb un engranatge compost. L'engrenatge motriu (el de l'esquerra) transmet la velocitat a un de més gran (de color groc), que gira més a poc a poc perquè és més gran. Aquest engranatge va unit a un engranatge més petit (de color taronja, al centre) i, forma un engranatge compost que s'acobla a un engranatge de sortida de mida gran. La reducció de velocitat en un mecanisme com aquest és molt gran i s'aconsegueix en un espai reduït.



3.5. Els engranatges transmeten el moviment de manera exacta

Hi ha altres mecanismes, com ara les politges, que poden ser usats amb similars resultats als dels engranatges. Els engranatges tenen l'avantatge que transmeten el moviment de manera exacta, ja que no poden relliscar, tal com passa a vegades amb les politges, la qual cosa pot ser molt útil en algunes màquines. No obstant això, en cas d'arrencades brusques de motors, les dents dels engranatges es poden trencar; per això l'ús de politges pot ser una bona solució per a màquines senzilles.

3.6. Els engranatges necessiten lubricació

Els engranatges necessiten un lubricant (oli o greix) per funcionar correctament. El lubricant té tres funcions:

- Reduir el fregament, la qual cosa augmenta el rendiment mecànic.
- Disminuir el soroll que generen els engranatges quan giren.
- Disminuir el desgast de les dents, amb la qual cosa s'augmenta la vida útil dels engranatges.

6. Càlculs en engranatges

6.1. Càlcul de velocitat en engranatges

Als engranatges, la transmissió de moviment es produeix de dent a dent: quan l'engranatge motor (el que empeny) avança una dent, obliga el de sortida (l'empès) a avançar-ne una altra. Si els dos tenen el mateix nombre de dents, giraran a la mateixa velocitat. Si l'engranatge de sortida té més dents que el motor, com a l'animació que tens a sota, girarà més a poc a poc. Si té menys dents, girarà més ràpid.

El funcionament d'una parella d'engranatges es pot analitzar fàcilment; les dades que es necessiten són:

Z_m = número de dents de l'engranatge motor.

N_m = velocitat de l'engranatge motor. Es mesura habitualment en rpm (revolucions per minut).

Z_s = número de dents de l'engranatge de sortida.

N_s = velocitat de l'engranatge de sortida.

Si coneixes 3 d'aquestes dades, pots esbrinar-ne la quarta si fas servir aquesta fórmula: $Z_m \cdot N_m = Z_s \cdot N_s$

Un exemple:

En un mecanisme l'engranatge motor té 10 dents i gira a 24 rpm. L'engranatge de sortida té 20 dents. No sabem a quina velocitat gira l'engranatge de sortida, però és fàcil d'esbrinar. Hi ha dues maneres: amb càlcul o amb raonament del funcionament.

a) Amb càlcul:

1- Escrivim la fórmula que necessitem: $Z_m \cdot N_m = Z_s \cdot N_s$

2- Substituïm els valors que coneixem: 10 dents · 24 rpm = 20 dents · N_s

3- Aïllem: en aquest cas N_s és la incògnita que cal aïllar, la 'x' que s'usa quan resollem les equacions matemàtiques:

$$N_s = \frac{10 \text{ dents} \cdot 24 \text{ rpm}}{20 \text{ dents}} = 12 \text{ rpm}$$

b) Amb raonament del funcionament:

L'engranatge motor té 10 dents. Cada vegada que fa una volta completa, empeny 10 dents de l'engranatge de sortida, ja que s'empeny dent per dent. Per tant, si l'engranatge de sortida té 20 dents, només avançarà mitja volta: és a dir, per cada volta que faci l'engranatge motor, el de sortida en farà la meitat. Així doncs, com que l'engranatge motor gira a una velocitat de 24 voltes per minut (24 rpm), el de sortida ho farà a la meitat, a 12 rpm.

Tant si raonem, com si calculem, obtenim la mateixa solució. Si no fos així, hauríem comès algun error que caldria localitzar.

6.2. Relació de transmissió en engranatges

La relació de transmissió (i) és un número que ens indica com un mecanisme transmet la velocitat de rotació. Si la relació de transmissió és de 2, el mecanisme duplica la velocitat. Si és d'1, manté la velocitat inicial. Si és de 0,5, la divideix per la meitat. Si és de 0,25, la redueix a la quarta part. I així successivament.

La relació de transmissió (i) es pot calcular de dues maneres: mitjançant l'estudi de les mides dels engranatges (del seu número de dents) o, amb l'estudi de les seves velocitats de gir. En els dos casos el resultat ha de ser el mateix. Veiem-ne un exemple: el càlcul de la relació de transmissió de la parella d'engranatges anterior.

a) Relació de transmissió a partir de la mida dels engranatges

Les dades que es necessiten són:

Z_m = nombre de dents de l'engranatge motor: 10 dents.

Z_s = nombre de dents de l'engranatge de sortida: 20 dents.

La fórmula que hem d'utilitzar és la següent: $i = Z_m / Z_s$

Substituïm els valors i calculem: $i = 10 \text{ dents} / 20 \text{ dents} = 0,5$

La relació de transmissió no té unitats: s'eliminen les del numerador amb les del denominador.

b) Relació de transmissió a partir de la velocitat de gir dels engranatges:

Les dades que es necessiten són:

N_m = velocitat de l'engranatge motor: 24 rpm.

N_s = velocitat de l'engranatge de sortida: 12 rpm.

La fórmula que hem de fer servir en aquest cas és: $i = N_s / N_m$

Substituïm els valors i calculem: $i = 12 \text{ rpm} / 24 \text{ rpm} = 0,5$

Hem d'obtenir la mateixa solució que amb el càlcul a partir del nombre de dents. Si no és així, vol dir que hem comès algun error.

La relació de transmissió és molt útil en mecanismes complexos. Si sabem la velocitat del motor i la relació de transmissió del mecanisme podem esbrinar fàcilment quina velocitat de sortida tindrem, sense haver de comptar les dents de tots els engranatges que componen el mecanisme, ni de fer càlculs complexos. Només caldrà utilitzar la fórmula següent: $N_s = N_m \cdot i$

8. Transmissió per cadena

8.1. Transmissió per cadena

A les miniunitats anteriors hem vist com es transmet el moviment de rotació entre engranatges. La transmissió en cadena funciona de manera similar, amb un avantatge: els engranatges poden estar distanciats entre ells, la qual cosa és de gran utilitat en moltes màquines. L'esquema més senzill de transmissió mitjançant cadena està format per una roda dentada motriu (la que empeny) i una roda dentada conduïda o de sortida (la que rep el moviment). La força d'arrossegament es transmet entre les dues rodes gràcies a una cadena que està composta de petites peces articulades que s'anomenen baules. Les dents de les rodes dentades utilitzades en aquest tipus de transmissió tenen una forma dissenyada per engranar (encaixar) perfectament amb les baules de la cadena.

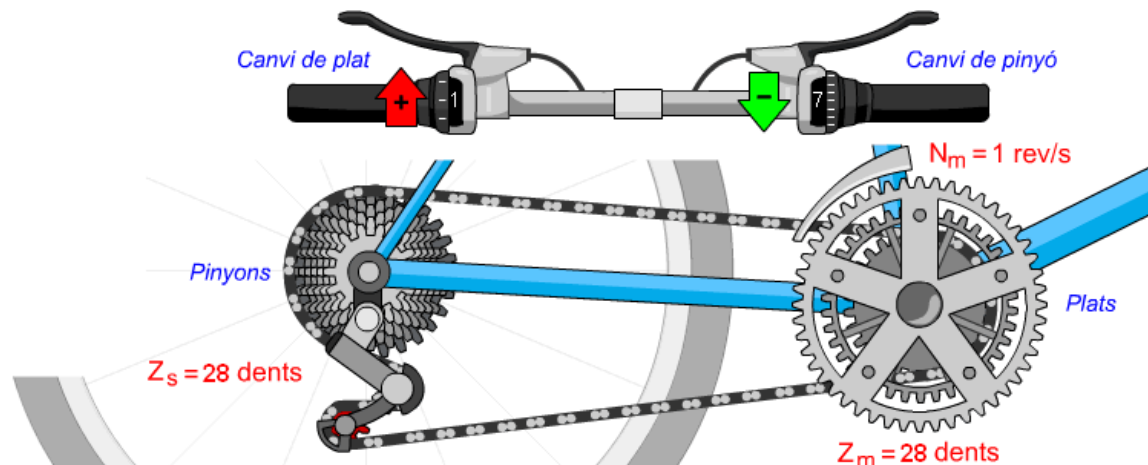
8.2. Equació de moviment de la transmissió per cadena

La transmissió per cadena segueix la mateixa equació de moviment que els engranatges, és a dir: $Z_m \cdot N_m = Z_s \cdot N_s$

8.3. Estudi del canvi de marxes d'una bicicleta

Un exemple de transmissió per cadena és el de la bicicleta, que normalment té un canvi de marxes que permet ajustar la velocitat segons la inclinació del terreny. En la transmissió de la bicicleta, hi actuen dos tipus de rodes dentades: els plats i els pinyons. Els plats estan situats a l'eix dels pedals i giren quan pedalegem. Els pinyons estan situats a l'eix de la roda del darrere i són més petits que els plats. La combinació dels diferents plats i pinyons ens ofereix una gran varietat de marxes adequades per pujar, anar per un terreny pla o baixar. Com més baixa sigui la velocitat de la bicicleta, més petita serà la força que haurem d'aplicar als pedals; per tant, seran marxes adequades per a les pujades. En terreny pla o en baixada, seran millor les marxes que impulsin la bicicleta ràpidament.

Per calcular la velocitat de la bicicleta necessitarem saber el perímetre (la longitud total del seu contorn) de la roda del darrere. La fórmula del perímetre és: $P = 2 \cdot \pi \cdot r$, on r és el radi de la roda.



La velocitat de rotació de la roda (N_s) és:

$$N_s = \frac{Z_m \cdot N_m}{Z_s} = \frac{28 \text{ dents} \cdot 1 \text{ rev/s}}{28 \text{ dents}} = 1 \text{ rev/s (60 rpm)}$$

La relació de transmissió (i) és:

$$i = \frac{Z_m}{Z_s} = \frac{28 \text{ dents}}{28 \text{ dents}} = 1$$

La velocitat de la bicicleta s'obté amb la multiplicació de N_s pel perímetre de la roda (P):

$$V = N_s \cdot P = 1 \text{ rev/s} \cdot 2.07 \text{ m} = 2.07 \text{ m/s (7.45 Km/h)}$$