

1.5 LOGARITMES

- Anomenem **logaritme en base a de P** ($a > 0$), i expressem $\log_a P$, l'exponent al qual hem d'eleva la base a per a obtenir P ; és a dir:
$$\log_a P = x \Leftrightarrow a^x = P$$
- Anomenem **logaritmes decimals** els logaritmes en base 10 i els expressem $\log$ (els podem calcular amb la tecla $\log$ de la calculadora).
- Anomenem **logaritmes neperians** els logaritmes de base e i els expressem $\ln$ (els podem calcular amb la tecla $\ln$ de la calculadora).

1 Calcula, tot basant-te en la definició de logaritme:

- | | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------------|---------------------------|
| a) $\log_3 81$ | b) $\log_3 3$ | c) $\log_3 3^2$ | d) $\log_3 3^{-1}$ |
| e) $\log_3 \frac{1}{3}$ | f) $\log_3 \frac{1}{9}$ | g) $\log_3 3^{5/2}$ | h) $\log_3 \sqrt[4]{3^5}$ |
| i) $\log_3 \sqrt{3}$ | j) $\log 10$ | k) $\log 100$ | l) $\log \frac{1}{100}$ |
| m) $\log 0,001$ | n) $\log \sqrt{0,001}$ | o) $\log \sqrt{\frac{1}{10}}$ | p) $\ln e$ |
| q) $\ln e^3$ | r) $\ln 1$ | s) $\ln \sqrt{e}$ | t) $\ln \sqrt[3]{1/e}$ |

2 Troba, amb l'ajut de la calculadora, els logaritmes següents:

- | | | |
|----------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| a) $\log 5$ | b) $\log 2$ | c) $\log \frac{1}{4}$ |
| d) $\ln 7$ | e) $\ln \frac{1}{2}$ | f) $\ln \sqrt{5}$ |
| g) $\log (5,1 \cdot 10^8)$ | h) $\ln (3,2 \cdot 10^9)$ | i) $\log (5 \cdot 10^{-6})$ |

3 Troba el valor de x en cada cas, utilitzant la definició de logaritme:

- | | | |
|-------------------|-----------------------|--------------------|
| a) $\log_3 x = 2$ | b) $\log_x 2 = 1$ | c) $\log_3 81 = x$ |
| d) $\log x = 3$ | e) $\ln x = 1$ | f) $\log_4 x = 0$ |
| g) $\log_x 9 = 2$ | h) $\log (x + 1) = 2$ | i) $\log (2x) = 1$ |

4 Troba amb l'ajut de la calculadora:

a) $\log_2 3$

b) $\log_2 35$

c) $\log_3 \sqrt{5}$

d) $\log_2 10$

e) $3 \log_5 \frac{7}{3}$

f) $\ln 4 - \log_2 6$

5 Sabent que $\log_3 x = 1,6$, calcula:

a) $\log_3 \sqrt[5]{x^2}$

b) $\log_3 9x^2$

c) $\log_3 \sqrt{\frac{1}{x}}$

6 Sabent que $\log A = -1,2$, $\log B = 0,7$ i $\log C = 2,3$, calcula:

a) $\log \frac{A^2 B}{C^3}$

b) $\log \sqrt[3]{\frac{A^2}{100B}}$

c) $\log \sqrt{\frac{AB}{C}}$

d) $\log (0,1A^2 B^3)$

e) $\log \frac{\sqrt[3]{A^2 B}}{10C}$

f) $\log \frac{\sqrt[6]{A^5 \cdot B^3}}{\sqrt{C}}$

7 Expressa com a un sol logaritme cadascuna de les expressions següents:

a) $2\log_2 A - 3\log_2 B$

b) $\ln A + 2\ln B - \ln C$

c) $\frac{1}{2}\log A - \frac{\log B}{3} + 2\log C$

d) $\frac{3}{4}\log A - \frac{2}{5}\log B$

e) $\frac{2}{3}\ln A - \ln B - \frac{3}{2}\ln C$

8 Troba el valor de x en cada cas, tot aplicant les propietats dels logaritmes:

a) $\log x = \log 25 - \log 2$

b) $\log x = 2 \log 3 + 3 \log 2$

c) $\ln x = \ln 2 - \frac{1}{2}\ln 4$

d) $\log_2 x = 4 \log_2 3 - \frac{1}{3} \log_2 27$

e) $\ln x = \frac{1}{2}\ln 25 + 2 \ln 3 - \ln 4$