

Polinomis

1 Fes la descomposició factorial dels següents polinomis i digues quines són les seves arrels:

- | | | |
|-------------------------|---------------------------------|--------------------------|
| a) $x^3 - 6x^2 + 9x$ | j) $x^3 + x^2 - 5x - 5$ | r) $2x^2 - 13x - 7$ |
| b) $x^3 - x$ | k) $x^4 - x^3 - 9x^2 + 3x + 18$ | s) $2x^2 + x - 6$ |
| c) $4x^4 - 81x^2$ | l) $x^4 - 81$ | t) $3x^2 + 5x - 2$ |
| d) $x^3 + 2x^2 + x$ | m) $x^4 - x^2$ | u) $12x^2 - 7x + 1$ |
| e) $12x^3 - 27x$ | n) $x^3 + 3x^2 + 4x + 12$ | v) $9x^2 - 9x - 10$ |
| f) $3x^2 + 30x + 75$ | $\tilde{n}$) $2x^3 - 3x^2$ | w) $6x^2 - x - 15$ |
| g) $x^2 + 8x - 9$ | o) $x^3 - x^2 - 12x$ | x) $6x^3 + 7x^2 - x - 2$ |
| h) $x^3 - x^2 + 9x - 9$ | p) $x^3 - 7x^2 + 14x - 8$ | y) $6x^3 - 7x^2 - 20x$ |
| i) $x^4 + x^2 - 20$ | q) $x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4x + 3$ | |

2 Simplifica les següents fraccions algebraiques:

- | | | | |
|--|--------------------------------|---------------------------------------|---|
| a) $\frac{(x^2 - 1)(x - 2)}{(x^2 - 4)(x + 1)}$ | f) $\frac{4x}{4x^2 - 6x}$ | j) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9}$ | $\tilde{n}$) $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6}$ |
| b) $\frac{x - 2}{2 - x}$ | g) $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ | k) $\frac{x^2 - 25}{x^2 + 25x - 10x}$ | o) $\frac{x^2 - 3x + 4}{x^3 + x^2}$ |
| c) $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$ | h) $\frac{x^2 - 4}{(x + 2)^2}$ | l) $\frac{x(x + 1)}{x^2 + 2x + 1}$ | p) $\frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{3x^2 - 9x + 6}$ |
| d) $\frac{x^2}{x^2 + x}$ | i) $\frac{9x^2 - 4}{3x - 2}$ | m) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}$ | q) $\frac{x^2 - x - 48}{x^2 - 8x + 7}$ |
| e) $\frac{3x - 2}{9x^2 - 4}$ | | n) $\frac{x^2 - 1}{x^4 - 1}$ | |

3 Opera i simplifica:

- | | |
|---|---|
| a) $\left(\frac{3}{x} - \frac{x}{3}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3}\right)$ | i) $\left(\frac{2a - b}{2a + b} - \frac{2a + b}{2a - b}\right) \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{4a}\right)$ |
| b) $\frac{x + 1}{(x - 1)^2} \cdot \frac{x^2 - 1}{x}$ | j) $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{3a - 2b}{ab}\right) \cdot \frac{3ab}{3b - 2a}$ |
| c) $\left(\left(x + \frac{1}{x}\right) : \left(x - \frac{1}{x}\right)\right) \cdot (x - 1)$ | k) $\left(\frac{a + 2}{a - 2} - \frac{a - 2}{a + 2}\right) \cdot \left(a - \frac{4}{a}\right)$ |
| d) $\frac{2}{x} \cdot \left(\frac{1}{x} : \frac{1}{x - 1}\right)$ | l) $\frac{1 - x}{x + 3} + \frac{2x}{x - 2} - \frac{x^2 + 5(x - 2)}{x^2 + x - 6}$ |
| e) $\left(\frac{x - 1}{x^2} + \frac{3}{x} - \frac{5}{x - 4}\right) \cdot 2x^2$ | m) $\frac{x + 1}{x - 1} + \frac{3}{x + 1} - \frac{x - 2}{x^2 - 1}$ |
| f) $\frac{x + 1}{x - 1} + \frac{3}{x + 1} - \frac{x - 2}{x^2 - 1}$ | n) $\frac{x^2}{x^2 - 2x + 1} - \frac{2x + 3}{x - 1} + 3$ |
| g) $\frac{x^2}{x^2 - 2x + 1} - \frac{2x + 3}{x - 1} + 1$ | $\tilde{n}$) $\frac{x + 1}{x - 3} + \frac{x + 2}{x + 3} - \frac{2x - 3}{x^2 - 9}$ |
| h) $\frac{x + 2}{x - 1} - \frac{x + 1}{x - 2} - 1$ | |

- 4 Troba el valor que ha de tenir m perquè el residu de la divisió $(3x^3 + mx^2 + x - 4) : (x - 3)$ sigui igual a 5.
- 5 Calcula m perquè el polinomi $x^3 - mx^2 + 5x - 2$ sigui divisible per $x + 1$.
- 6 Escriu un polinomi de tercer grau que només tingui una arrel.
- 7 En una divisió de polinomis, el divisor és $3x^2 - 1$, el quocient $2x - 3$ i el residu $-x + 1$. Quin n'és el dividend?
- 8 Troba els polinomis de segon grau $P(x)$ i $Q(x)$ que compleixen:

a) $P(3) = 0$ i $P(5) = 6$

b) $Q(-4) = 0$ i $Q(-2) = -8$

Soluciones

- 1) a) $x(x-3)^2$; arrels 0 i 3 (multiplicitat 2)
 - b) $x(x-1(x+1))$; arrels 0, 1 i -1.
 - c) $4x^2(x-\frac{9}{2})(x+\frac{9}{4})$; arrels 0 (multiplicitat 2), $\frac{9}{2}$ i $-\frac{9}{2}$.
 - d) $x(x+1)^2$; arrels 0 i -1 (multiplicitat 2).
 - e) $12x(x+\frac{3}{2})(x-\frac{3}{2})$; arrels 0, $\frac{3}{2}$ i $-\frac{3}{2}$.
 - f) $3(x+5)^2$; arrels -5 (multiplicitat 2).
 - g) $(x-1)(x+9)$; arrels 2 i -2.
 - h) $(x-1)(x^2+9)$; arrels 1.
 - i) $(x-2)(x+2)(x^2+5)$; arrels 2 i -2.
 - j) $(x+1)(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})$; arrels -1, $\sqrt{5}$ i $-\sqrt{5}$.
 - k) $(x+2)(x-3)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$; arrels 3, -2, $\sqrt{3}$ i $-\sqrt{3}$.
 - l) $(x^2+9)(x-3)(x+3)$; arrels 3 i -3.
 - m) $x^2(x-1)(x+1)$; arrels 0 (multiplicitat 2), 1 i -1.
 - n) $(x+3)(x^2+4)$; arrels -3.
 - ñ) $2x^2(x-\frac{3}{2})$; arrels 0 i $\frac{3}{2}$.
 - o) $x(x-4)(x+3)$; arrels 0, 4 i -3.
 - p) $(x-1)(x-2)(x-4)$; arrels 1, 2 i 4.
 - q) $(x-1)(x-3)(x^2+1)$; arrels 1 i 3.
 - r) $2(x-7)(x+\frac{1}{2})$; arrels 7 i $-\frac{1}{2}$.
 - s) $2(x+2)(x-\frac{3}{2})$; arrels -2 i $\frac{3}{2}$.
 - t) $3(x+2)(x-\frac{1}{3})$; arrels -2 i $\frac{1}{3}$.

$$u) \ 12\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right); \text{ arrels } \frac{1}{3} \text{ i } \frac{1}{4}.$$

$$v) \ 9\left(x - \frac{5}{3}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right); \text{ arrels } \frac{5}{3} \text{ i } -\frac{2}{3}.$$

$$w) \ 6\left(x - \frac{5}{3}\right)\left(x + \frac{3}{2}\right); \text{ arrels } \frac{5}{3} \text{ i } -\frac{3}{2}.$$

$$x) \ 6(x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right); \text{ arrels } -1, \frac{1}{2} \text{ i } -\frac{2}{3}.$$

$$y) \ 6x\left(x - \frac{5}{2}\right)\left(x + \frac{4}{3}\right); \text{ arrels } 0, \frac{5}{2} \text{ i } -\frac{4}{3}.$$

$\boxed{2}$	a) $\frac{x-1}{x+2}$	f) $\frac{2}{2x-3}$	k) $\frac{x+3}{x-3}$	o) $\frac{x}{x-3}$
	b) -1	g) $\frac{x-1}{x+1}$	l) $\frac{x+5}{x-5}$	p) $\frac{x^2-3x+4}{x^2(x+1)}$
	c) $\frac{x-1}{x+1}$	h) $x-1$	m) $\frac{x}{x+1}$	q) $\frac{x}{3}$
	d) $\frac{x}{x+1}$	i) $\frac{x-2}{x+2}$	n) $\frac{x-3}{x+2}$	r) $\frac{x^2-x-48}{(x-1)(x-7)}$
	e) $\frac{1}{3x+2}$	j) $3x+2$	$\tilde{n}) \frac{1}{x^2+1}$	
$\boxed{3}$	a) $3-x$	e) $\frac{2(x^2+17x-4)}{4-x}$	h) $\frac{-x^2+3x-5}{(x-1)(x-2)}$	m) $\frac{x(x+4)}{x^2-1}$
	b) $\frac{(x+1)^2}{x(x-1)}$		i) -2	n) $\frac{2x^2-7x+6}{(x-1)^2}$
	c) $\frac{x^2+1}{x+1}$	f) $\frac{x(x+4)}{x^2-1}$	j) 3	$\tilde{n}) \frac{x(2x+1)}{x^2-9}$
	d) $\frac{2(x-1)}{x^2}$	g) $\frac{4-3x}{(x-1)^2}$	k) 8	
			l) $\frac{4(x+2)}{(x-2)(x+3)}$	

$$\boxed{4} \quad m = -\frac{25}{3}$$

$$\boxed{5} \quad m = -8$$

$$\boxed{7} \quad 6x^3 - 9x^2 - 3x + 4$$

$$\boxed{8} \quad a) \ P(x) = (x-3)(x-2) \qquad b) \ Q(x) = (x+4)(x-2)$$