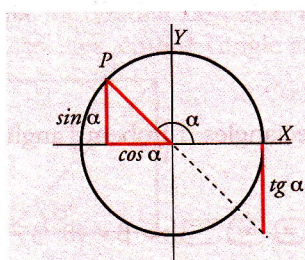


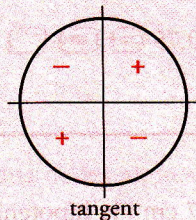
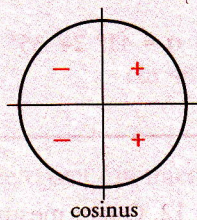
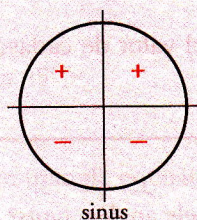
1.2 RAONS TRIGONOMÈTRIQUES D'ANGLES ENTRE 0° I 360°



• Per a un angle α comprès entre 0° i 360° definim:

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha &= y \\ \cos \alpha &= x \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{y}{x} \end{aligned} \right\} \text{ essent } (x, y) \text{ les coordenades del punt } P \text{ on el segon costat de l'angle } \alpha \text{ talla la circumferència goniomètrica.}$$

Els angles de cosinus 0 no tenen tangent. Són 90° i 270° .



El signe de les raons trigonomètriques depèn del quadrant en què es trobi P .

EXERCICI RESOLT

Troba les raons trigonomètriques dels dos angles α i β de la circumferència de cosinus $-0,34$.

RESOLUCIÓ

Els angles α i β seran del segon i tercer quadrant, respectivament, pel fet que tenen el cosinus negatiu.

$$\cos \alpha = -0,34 \Rightarrow \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \sqrt{1 - 0,34^2} \approx \pm 0,94 \quad \begin{cases} \sin \alpha = 0,94 \\ \sin \beta = -0,94 \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,94}{-0,34} \approx -2,76 ; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{-0,94}{-0,34} \approx 2,76$$

1 Si $\sin \alpha = -0,5$ i $\alpha > 270^\circ$, troba $\cos \alpha$ i $\operatorname{tg} \alpha$.

2 Troba, en cada cas, les altres raons trigonomètriques de l'angle α :

a) $\cos \alpha = 0,52$ i $\operatorname{tg} \alpha < 0$

b) $\sin \alpha = 0,4$ i $\alpha > 90^\circ$

c) $\operatorname{tg} \alpha = 1,7$ i $\alpha < 90^\circ$

d) $\operatorname{tg} \alpha = 2,5$ i $\alpha > 180^\circ$

e) $\cos \alpha = -0,7$ i $\sin \alpha > 0$

f) $\sin \alpha = -0,35$ i $\operatorname{tg} \alpha > 0$

3 Sense fer ús de la calculadora, completa la taula:

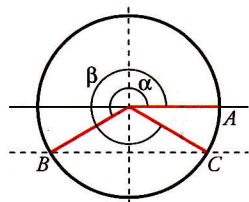
α	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$					
$\cos \alpha$					
$\operatorname{tg} \alpha$					

EXERCICI RESOLT

a) Representa els dos angles de la circumferència de sinus $-\frac{1}{2}$.

b) Troba les altres raons d'aquests angles.

RESOLUCIÓ



a) Dibuixem la circumferència goniomètrica i hi representem el valor $-\frac{1}{2}$ a l'eix d'ordenades.

En aquest punt tracem una recta paral·lela a l'eix d'abscisses.

Els punts B i C determinen amb OA els angles perduts.

$$\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{b) } \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{-1/2}{\sqrt{3}/2} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

4 Dibuixa, en cada cas, els dos angles compresos entre 0° i 360° que compleixen la condició donada i troba les altres raons trigonomètriques:

a) $\sin \alpha = \frac{3}{4}$

b) $\cos \alpha = \frac{2}{5}$

c) $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$

d) $\operatorname{tg} \alpha = -1$

5 Representa l'angle comprès entre 0° i 360° que compleix les dues condicions donades i troba les altres raons trigonomètriques:

a) $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ i $\operatorname{tg} \alpha > 0$

b) $\cos \alpha = 0,4$ i $\sin \alpha < 0$

c) $\operatorname{tg} \alpha = -2$ i $\sin \alpha > 0$

d) $\operatorname{tg} \alpha = 1,5$ i $\cos \alpha > 0$

6 a) Dibuixa els angles compresos entre 0° i 360° en què $\cos \alpha = -0,75$.

b) Representa i troba el valor del sinus i la tangent en cada cas.

- 2 Esbrina les raons trigonomètriques dels angles 118° , 216° i 305° , utilitzant la calculadora només per trobar raons trigonomètriques d'angles compresos entre 0° i 90° .

- 3 Busca, en cada cas, un angle comprès entre 0° i 90° , les raons trigonomètriques del qual coincideixin, en valor absolut, amb l'angle donat:

a) 140° b) 230° c) 282° d) $114^\circ 30'$ e) 320° f) $105^\circ 45'$

- 4 Expressa amb un angle del primer quadrant les raons trigonomètriques següents:

a) $\cos 138^\circ = -\cos 42^\circ$ b) $\sin 116^\circ$ c) $\operatorname{tg} 200^\circ$ d) $\sin 290^\circ$
 $(180^\circ - 138^\circ = 42^\circ)$

e) $\cos 260^\circ$ f) $\operatorname{tg} 160^\circ$ g) $\sin 325^\circ$ h) $\operatorname{tg} 305^\circ$

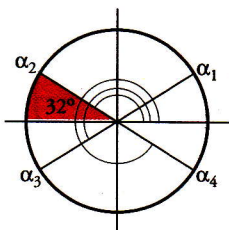
- 5 Si $\cos \alpha = 2/3$ i $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, troba:

a) $\sin \alpha$ b) $\operatorname{tg} \alpha$ c) $\sin (180^\circ + \alpha)$ d) $\cos (180^\circ - \alpha)$

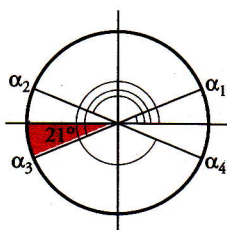
e) $\operatorname{tg} (180^\circ + \alpha)$ f) $\sin (180^\circ - \alpha)$ g) $\cos (360^\circ - \alpha)$ h) $\operatorname{tg} (360^\circ - \alpha)$

- 6 Expressa entre 0° i 360° els angles α_1 , α_2 , α_3 i α_4 si coneixem quant mesura l'angle assenyalat:

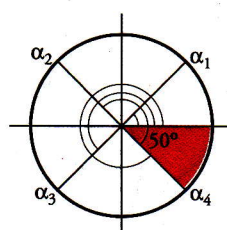
a)



b)



c)



7 Si $\cos \alpha = \frac{2}{5}$ i $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, troba:

a) $\sin \alpha$

b) $\tan \alpha$

c) $\sin (90^\circ - \alpha)$

d) $\cos (90^\circ + \alpha)$

e) $\tan (90^\circ - \alpha)$

f) $\cos (90^\circ - \alpha)$

g) $\tan (90^\circ + \alpha)$

h) $\sin (90^\circ + \alpha)$

8 Calcula les raons trigonomètriques dels angles següents a partir de les raons trigonomètriques de 48° ($\sin 48^\circ \approx 0,74$, $\cos 48^\circ \approx 0,67$ i $\tan 48^\circ \approx 1,11$).

a) 42°

b) 138°

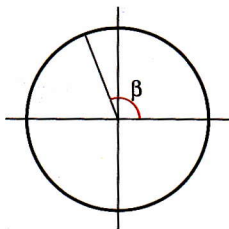
c) 132°

d) 228°

e) 312°

9 Troba les raons trigonomètriques dels angles 50° , 130° , 140° , 220° i 320° a partir de les raons trigonomètriques de 40° ($\sin 40^\circ \approx 0,64$, $\cos 40^\circ \approx 0,77$ i $\tan 40^\circ \approx 0,84$).

10

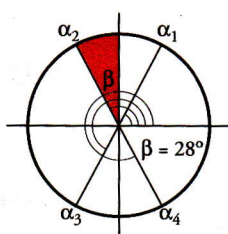


Dibuixa en la circumferència adjunta un angle α comprès entre 0° i 90° , que verifiqui $\sin \beta = \cos \alpha$.

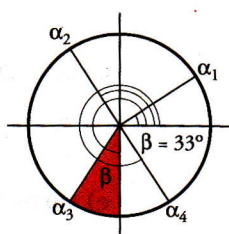
11

Expressa entre 0° i 360° els angles α_1 , α_2 , α_3 , α_4 coneixent la mida de l'angle β :

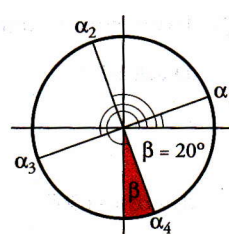
a)



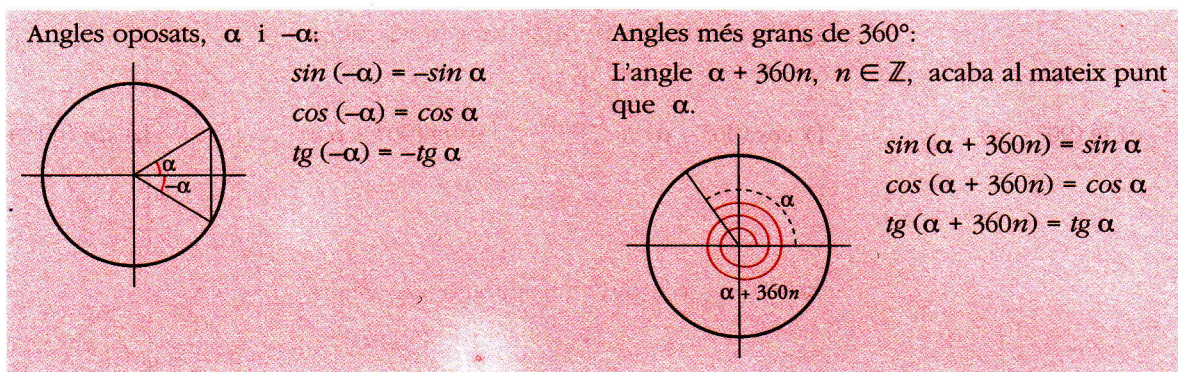
b)



c)



1.4 RAONS TRIGONOMÈTRIQUES D'ANGLES QUALSSEVOL



EXERCICI RESOLT

Expressa amb un angle del primer quadrant les raons trigonomètriques de 3875° .

RESOLUCIÓ

Fem la divisió entera de 3875 entre 360 per veure quantes voltes hem donat i obtenim la resta:

$$3875 = 360 \cdot 10 + 275 \Rightarrow \sin 3875^\circ = \sin 275^\circ = -\sin(360^\circ - 275^\circ) = -\sin 85^\circ$$

$$\cos 3875^\circ = \cos 275^\circ = \cos 85^\circ$$

$$\operatorname{tg} 3875^\circ = \operatorname{tg} 275^\circ = -\operatorname{tg} 85^\circ$$

1 Expressa amb un angle del primer quadrant:

a) $\cos 800^\circ$

b) $\operatorname{tg} 2040^\circ$

c) $\sin 1935^\circ$

d) $\sin(-115^\circ)$

e) $\cos(-218^\circ)$

f) $\operatorname{tg}(-250^\circ)$

2 Escriu dos angles més grans de 360° i dos angles negatius que compleixin $\sin \alpha = -1$.

3 Troba sense utilitzar la calculadora:

a) $\sin 810^\circ$

b) $\cos 1260^\circ$

c) $\operatorname{tg} 1800^\circ$

d) $\cos(-180^\circ)$

e) $\sin(-90^\circ)$

f) $\operatorname{tg}(405^\circ)$