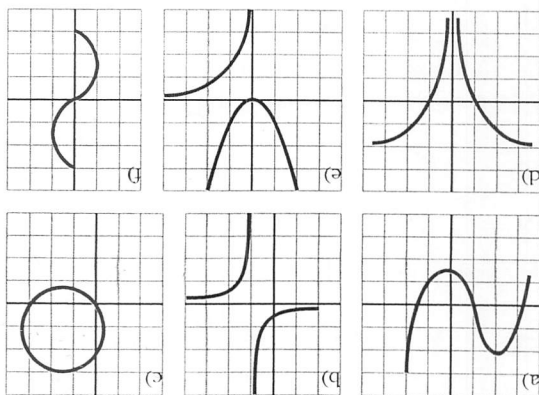




PER PRACTICAR

Quines d'aquestes gràfiques són funcions?



Indica si els valors de x : 0 ; -2 ; $3,5$; $\sqrt{2}$; $-0,25$ pertanyen al domini d'aquestes funcions

a) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$
 b) $y = \frac{x^2 - 4}{x}$
 c) $y = x - \sqrt{2}$
 d) $y = \sqrt{x^2 + 4}$
 e) $y = \sqrt{x - 3}$
 f) $y = \sqrt{7 - 2x}$

Troba el domini de definició d'aquestes funcions:

a) $y = \frac{3}{x^2 + x}$
 b) $y = \frac{(x - 2)^2}{x}$
 c) $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$
 d) $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{1}$
 e) $y = \frac{5x - x^2}{2}$
 f) $y = \frac{x^2 - 2}{1}$

Troba el domini de definició d'aquestes funcions:

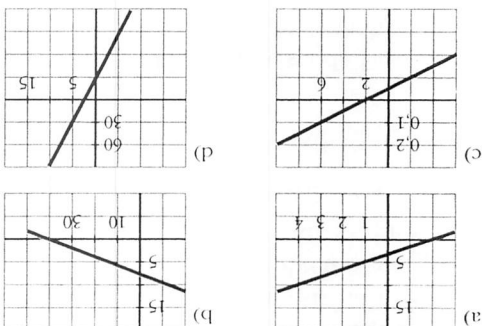
a) $y = \sqrt{3 - x}$
 b) $y = \sqrt{2x - 1}$
 c) $y = \sqrt{-x - 2}$
 d) $y = \sqrt{-3x}$

Troba el domini de definició d'aquestes funcions:

a) $y = \sqrt{x^2 - 9}$
 b) $y = \sqrt{x^2 + 3x + 4}$
 c) $y = \sqrt{12x - 2x^2}$
 d) $y = \sqrt{x^2 - 4x - 5}$
 e) $y = \frac{\sqrt{4 - x}}{1}$
 f) $y = \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{1}$
 g) $y = \frac{-1}{x^3 - x^2}$
 h) $y = \frac{x^4 - 1}{2x}$

6

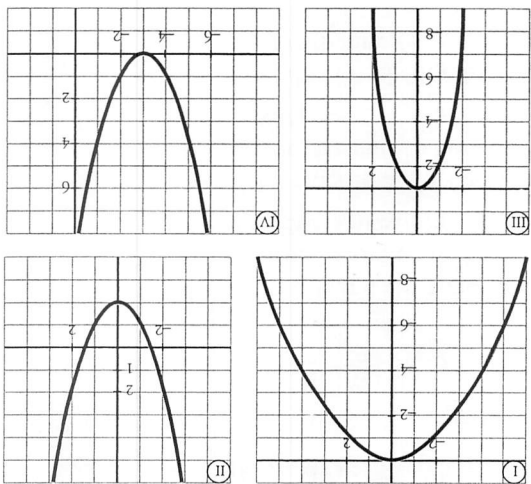
Escolgeix dos punts en cada una d'aquestes rectes i escriu-ne l'equació:



7

Associa a cada una de les paràboles següents una d'aquestes equacions:

a) $y = x^2 - 2$
 b) $y = -0,25x^2$
 c) $y = (x + 3)^2$
 d) $y = -2x^2$



8

Representa les paràboles següents i troba'n el vèrtex, els punts de tall amb els eixos de coordenades i algun punt pròxim al vèrtex:

a) $y = 0,5x^2 - 3$
 b) $y = -x^2 + 3$
 c) $y = 2x^2 - 4$
 d) $y = -\frac{3x^2}{2}$

Representa les funcions següents:

a) $y = x^2 + 2x + 1$
 b) $y = \frac{x^2}{2} + 3x + 1$
 c) $y = -x^2 + 3x - 5$
 d) $y = \frac{3}{x^2} + 3x + 6$

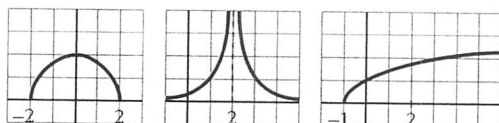


EXERCICIS I PROBLEMES PROPOSATS

- 10 Troba el vèrtex de les paràboles següents i comprova que no n'hi ha cap que talli l'eix d'abscisses. Obtén algun punt a la dreta i a l'esquerra del vèrtex i representa-les gràficament.

a) $y = 4(x^2 + x + 1)$ b) $y = 5(x + 2)^2 + 1$
 c) $y = -x^2 - 2$ d) $y = -\frac{3}{4}(x^2 + 2)$

- 11 A la vista de la gràfica d'aquestes funcions, indica quin és el domini de definició.



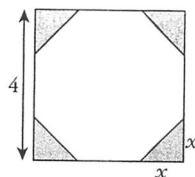
- 12 Representa les funcions següents, el domini de les quals ha estat restringit voluntàriament:

a) $y = x^2 - 4$, si $x \in [-2, 3]$
 b) $y = 5 - \frac{x}{2}$, si $x \in [2, +\infty)$

- 13 D'un quadrat de 4 cm de costat, es tallen en els cantons triangles rectangles isòsceles els costats dels quals mesuren x .

a) Escriu l'àrea de l'octàgon que resulta en funció de x .

b) Quin és el domini d'aquesta funció?



- 14 Una empresa fabrica envasos en forma de prisma de dimensions x , $x/2$ i $2x$ cm.

a) Escriu la funció que dona el volum de l'envàs en funció de x .

b) Troba'n el domini sabent que l'envàs més gran té 1 L de volum.

- 15 Representa gràficament les funcions següents:

a) $y = \begin{cases} -2 & \text{si } x < 0 \\ x - 2 & \text{si } 0 \leq x < 4 \\ 2 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

b) $y = \begin{cases} -2x - 1 & \text{si } x < 1 \\ (3x - 15)/2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- 16 Representa $f(x) = 4 - x^2$ i, a partir d'aquesta, representa:

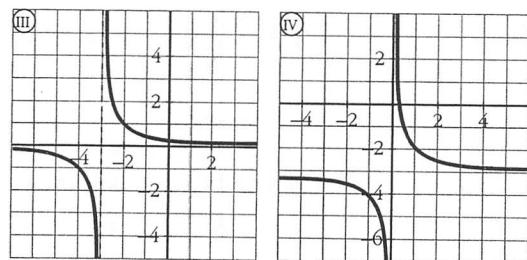
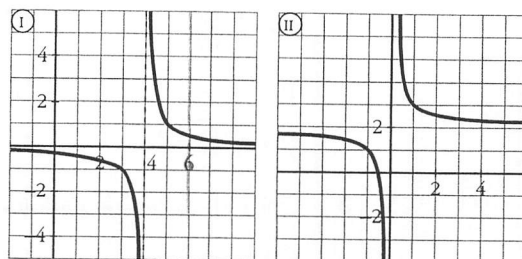
a) $g(x) = f(x) - 3$ b) $h(x) = f(x + 2)$

- 17 Troba el domini de definició d'aquestes funcions:

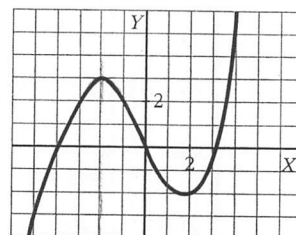
a) $y = \sqrt{x^2 - 2x}$ b) $y = \sqrt{x^2 + 3}$
 c) $y = \sqrt{5 - x^2}$ d) $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

- 18 Associa a cada una de les gràfiques una de les expressions analítiques següents:

a) $y = \frac{1}{x} + 2$ b) $y = \frac{1}{x + 3}$
 c) $y = \frac{1}{x} - 3$ d) $y = \frac{1}{x - 4}$



- 19 Aquesta és la gràfica de la funció $y = f(x)$:



Representa, a partir d'aquesta, les funcions:

a) $y = |f(x)|$ b) $y = f(x - 1)$ c) $y = f(x) + 2$



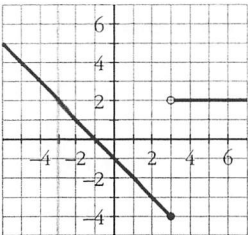
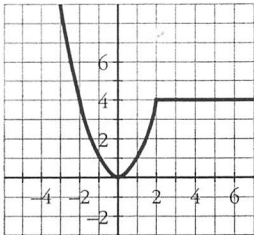
EXERCICIS I PROBLEMES PROPOSATS

- 20 Fes una taula de valors de la funció $y = 3^x$. A partir d'aquesta, representa la funció $y = \log_3 x$.
 Si el punt (2, 9) pertany a $y = 3^x$, el punt (9, 2) pertanyerà a $y = \log_3 x$.
- 21 Amb ajuda de la calculadora, fes una taula de valors de la funció $y = \left(\frac{3}{5}\right)^x$ i representa-la gràficament.
- 22 Representa la funció $y = \left(\frac{6}{5}\right)^x$. ¿És creixent o decreixent?
- 23 Considera les funcions f i g definides per $f(x) = x^2 + 1$ i $g(x) = \frac{1}{x}$.
 Calcula:
 a) $(f \circ g)(2)$ b) $(g \circ f)(-3)$
 c) $(g \circ g)(x)$ d) $(f \circ g)(x)$
- 24 Donades les funcions $f(x) = \cos x$ i $g(x) = \sqrt{x}$, troba:
 a) $(f \circ g)(x)$ b) $(g \circ f)(x)$ c) $(g \circ g)(x)$
- 25 Troba la funció inversa d'aquestes funcions:
 a) $y = 3x$ b) $y = x + 7$ c) $y = 3x - 2$
- 26 Representa la gràfica de $y = \log_{1/3} x$ a partir de la gràfica de $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.
- 27 Comprova que les gràfiques de $y = 3^x$ i $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ són simètriques respecte a l'eix OY .
 Representa-les en els mateixos eixos.
- 28 Representa:
 a) $y = \begin{cases} x/2 + 2 & \text{si } x \leq 2 \\ x - 3/2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$
 b) $y = \begin{cases} (2x + 2)/3 & \text{si } x < 2 \\ -2x + 6 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$
- 29 Dibuixa la gràfica de les funcions següents:
 a) $y = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ (2x - 1)/3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$
 b) $y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$
 c) $y = \begin{cases} -x^2 - 4x - 2 & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$
 d) $y = \begin{cases} -x^2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$
- 30 Representa:
 a) $y = \begin{cases} -x - 1 & \text{si } x \leq -1 \\ 2x^2 - 2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ x - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$
 b) $y = \begin{cases} -x^2/2 + 2 & \text{si } x < 1 \\ x - 3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$
- 31 A partir de la gràfica de $f(x) = 1/x$, representa:
 a) $g(x) = f(x) - 2$ b) $h(x) = f(x - 3)$
 c) $i(x) = -f(x)$ d) $j(x) = |f(x)|$
- 32 Representa la funció $f(x) = \sqrt{x}$ i, a partir d'aquesta, dibuixa:
 a) $g(x) = \sqrt{x + 1}$ b) $h(x) = \sqrt{x} - 3$
- 33 La factura del gas d'una família, el mes de setembre, ha estat de 24,82 euros per 12 m³, i, el mes d'octubre, de 43,81 per 42 m³.
 a) Quant pagaran si consumeixen 28 m³?
 b) Escribeu la funció que dona l'import de la factura segons els m³ consumits i representa-la.
- 34 El preu del bitllet d'una línia de rodalia depèn dels quilòmetres recorreguts. Per 57 km he pagat 2,85 euros i per 168 km, 13,4 euros. Calcula el preu d'un bitllet per a una distància de 100 km.
 Quina és la funció que ens indica el preu segons els quilòmetres recorreguts?

PER RESOLDRE



EXERCICIS I PROBLEMES PROPOSATS

- 35 La dosi d'un medicament és de 0,25 g per cada quilogram de pes del pacient, fins a un màxim de 15 g. Representa la funció *pes del pacient-quantitat de medicament* i troba'n l'expressió analítica.
- 36 Les despeses fixes mensuals d'una empresa per la fabricació de x televisors són $G = 3000 + 25x$, en milers d'euros, i els ingressos mensuals són $I = 50x - 0,02x^2$, també en milers d'euros. Quants televisors han de fabricar-se perquè el benefici (ingressos menys despeses) sigui màxim?
- 37 En mesurar la temperatura a diferents altures, s'ha observat que per cada 180 m d'ascens el termòmetre baixa 1 °C. Si a la base d'una muntanya de 800 m ens trobem a 10 °C, quina serà la temperatura en el cim? Representa gràficament la funció *altura-temperatura* i busca'n l'expressió analítica.
- ☛ Fes una taula de valors i representa-la.
- 38 Una pilota és llançada verticalment cap amunt des de la part de dalt d'un edifici. L'altura que assoleix la pilota ve donada per aquesta fórmula: $h = 80 + 64t - 16t^2$ (t en segons i h en metres).
- a) Dibuixa la gràfica en l'interval $[0, 5]$.
- b) Troba l'altura de l'edifici.
- c) En quin instant assoleix la màxima altura?
- 39 El preu de venda d'un article ve donat per l'expressió $p = 12 - 0,01x$ (x = nombre d'articles fabricats; p = preu, en cents d'euros).
- a) Si es fabriquen i es venen 500 articles, quins seran els ingressos obtinguts?
- b) Representa la funció *nre. d'articles-ingressos*.
- c) Quants articles s'han de fabricar perquè els ingressos siguin màxims?
- 40 Un fabricant ven mensualment 100 electrodomèstics a 400 euros cada un i sap que per cada 10 euros de puja vendrà 2 electrodomèstics menys.
- a) Quins seran els ingressos si apuja els preus 50 euros?
- b) Escriu la funció que relaciona la puja de preu amb els ingressos mensuals.
- c) Quina ha de ser la puja perquè els ingressos siguin màxims?
- 41 El cost de producció de x unitats d'un producte és igual a $(1/4)x^2 + 35x + 25$ euros i el preu de venda de la unitat és de $50 - x/4$ euros.
- a) Escriu la funció que ens dóna el benefici total si es venen les x unitats produïdes.
- b) Troba el nombre d'unitats que s'han de vendre perquè el benefici sigui màxim.
- ☛ Els ingressos per la venda de x unitats són $x(50 - x/4)$ euros.
- 42 Busca l'expressió analítica d'aquestes funcions:
- a) 
- b) 
- 43 Representa la funció $y = |x - 5|$ i comprova que la seva expressió analítica en intervals és:
- $$y = \begin{cases} -x + 5 & \text{si } x < 5 \\ x - 5 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$
- 44 Representa les funcions següents i defineix-les per intervals.
- a) $y = |4 - x|$ b) $y = |x - 3|$
- 45 Representa les funcions següents:
- a) $y = \frac{1}{x + 1}$ b) $y = \frac{1}{x - 1}$
- c) $y = \frac{-1}{x}$ d) $y = \frac{-1}{x - 3}$
- 46 Representa les funcions següents:
- a) $y = \sqrt{x - 1}$ b) $y = -\sqrt{x + 3}$
- c) $y = 2 + \sqrt{x}$ d) $y = 1 - \sqrt{x}$
- 47 L'Helena va a visitar la seva amiga Anna i tarda 20 minuts a arribar a casa seva, que es troba a 1 km de distància. S'hi queda mitja hora i en el camí de tornada empra el mateix temps que en el d'anada.
- a) Representa la funció *temps-distància*.
- b) Busca'n l'expressió analítica.



EXERCICIS I PROBLEMES PROPOSATS

- 48 Representa i defineix com a funcions "a trossos"

a) $y = \left| \frac{x-3}{2} \right|$ b) $y = |3x + 6|$

c) $y = \left| \frac{2x-1}{3} \right|$ d) $y = |-x - 1|$

☛ Mira l'exercici resolt número 6.

- 49 Fent servir la relació

$$\frac{\text{dividend}}{\text{divisor}} = \text{quotient} + \frac{\text{residu}}{\text{divisor}}$$

podem escriure la funció $y = \frac{2x+3}{x+1}$ d'aques-

ta manera: $y = 2 + \frac{1}{x+1}$. Comprova que la seva

gràfica coincideix amb la de $y = 1/x$ traslladada 1 unitat cap a l'esquerra i 2 cap a dalt.

- 50 Representa les funcions $y = \frac{3x}{x-1}$, $y = \frac{x-2}{x-4}$

fent servir el procediment del problema anterior.

- 51 Amb les funcions

$$f(x) = x - 5 \quad g(x) = \sqrt{x} \quad b(x) = \frac{1}{x+2}$$

hem obtingut, per composició, aquestes altres:

$$p(x) = \sqrt{x-5} \quad q(x) = \sqrt{x} - 5$$

$$r(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$$

Explica com, a partir de f , g i b , es poden obtenir p , q i r .

- 52 Representa les funcions:

a) $y = 2^x + 1$ b) $y = 2^x - 3$

☛ Utilitza la gràfica de $y = 2^x$.

- 53 Representa les funcions següents:

a) $y = 2^{x-1}$ b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3}$

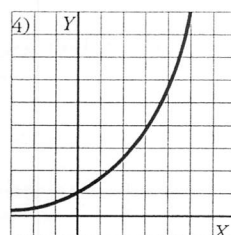
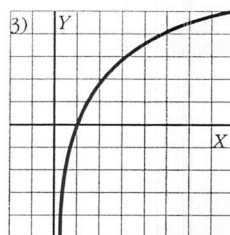
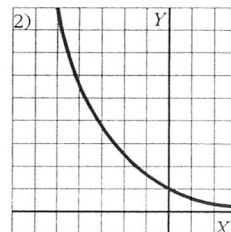
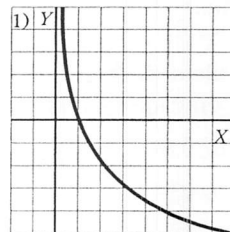
c) $y = 1 - 2^x$ d) $y = 2^{-x}$

- 54 De la funció exponencial $f(x) = ka^x$ coneixem $f(0) = 5$ i $f(3) = 40$. Quant valen k i a ?

- 55 Troba la funció inversa de les funcions següents:

a) $y = 3 \cdot 2^{x-1}$ b) $y = 1 + 3^x$

- 56 Aquestes gràfiques corresponen a funcions del tipus $y = a^x$, $y = \log_a x$. Identifica-les i indica, en cada cas, si és $a > 1$ o $0 < a < 1$.



- 57 Representa aquestes funcions a partir de la gràfica de $y = \log_2 x$:

a) $y = 1 + \log_2 x$ b) $y = \log_2 (x - 1)$

☛ En b), el domini és $(1, +\infty)$.

- 58 Quin és el domini d'aquesta funció?

$$y = \log_2 (2 - x)$$

Representa-la.

- 59 La gràfica d'una funció exponencial del tipus $y = ka^x$ passa pels punts $(0; 0,5)$ i $(1; 1,7)$.

a) Calcula k i a .

b) Representa la funció.

- 60 La pèrdua del valor dels diners s'anomena inflació; és a dir, si un article que ha costat 100 euros, al cap d'un any costa 106 euros, la inflació ha estat del 6%. Suposant que la inflació es manté constant en el 6% anual, quant costarà d'aquí a set anys un terreny que avui costa 5 000 euros?



EXERCICIS I PROBLEMES PROPOSATS

61 En el contracte de treball d'un empleat figura que el sou pujarà un 6 % anual.

- Si comença guanyant 10000 euros anuals, quant guanyarà d'aquí a 10 anys?
- Calcula quant de temps tardarà a duplicar-se el seu sou.

62 Utilitza la calculadora en radians per obtenir el valor de y en cada una d'aquestes expressions:

- $y = \arcsin 0,8$
- $y = \arcsin (-0,9)$
- $y = \arccos 0,36$
- $y = \arccos (-0,75)$
- $y = \operatorname{arctg} 3,5$
- $y = \operatorname{arctg} (-7)$

63 Obtén el valor d'aquestes expressions en graus, sense usar la calculadora.

- $y = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $y = \arccos \frac{1}{2}$
- $y = \operatorname{arctg} 1$
- $y = \arcsin (-1)$
- $y = \arccos \left(-\frac{1}{2}\right)$
- $y = \operatorname{arctg} \sqrt{3}$

64 Calcula x en les expressions següents:

- $\arcsin x = 45^\circ$
- $\arccos x = 30^\circ$
- $\operatorname{arctg} x = -72^\circ$
- $\arcsin x = 75^\circ$
- $\arccos x = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$
- $\operatorname{arctg} x = 1,5 \text{ rad}$

QÜESTIONS TEÒRIQUES

65 Si $f(x) = 2^x$ i $g(x) = \log_2 x$, quina és la funció $(f \circ g)(x)$? I $(g \circ f)(x)$?

66 Donada la funció $f(x) = 1 + \sqrt{x}$, troba $f^{-1}(x)$. Representa les dues funcions i comprova'n la simetria respecte de la bisectriu del 1r quadrant.

67 Donada la funció $y = a^x$, contesta:

- Pot ser negativa la y ? I la x ?
- Per a quins valors de a és creixent?
- Quin és el punt pel qual passen totes les funcions del tipus $y = a^x$?
- Per a quins valors de x es verifica $0 < a^x < 1$ sent $a > 1$?

68 Una paràbola talla l'eix d'abscisses en $x = 1$ i en $x = 3$. L'ordenada del vèrtex és $y = -4$. Quina és l'equació d'aquesta paràbola?

PER APROFUNDIR

69 Troba el domini de definició d'aquestes funcions:

$$a) y = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}} \quad b) y = \sqrt{\frac{x-9}{x}}$$

70 Representa i defineix com a funcions "a trossos":

$$a) y = |x^2 - 4| \quad b) y = |x^2 - 2x - 4|$$

$$c) y = \left| -\frac{x^2}{2} + 2 \right| \quad d) y = |x^2 + 2x - 2|$$

71 Representa aquestes funcions i expressa-les en intervals:

$$a) y = 1 - |x| \quad b) y = |x - 1| - |x|$$

72 Les tarifes d'una empresa de transports són:

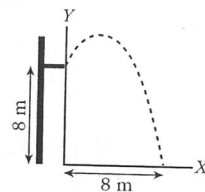
- 40 euros per tona de càrrega si aquesta és menor o igual a 20 t.
- Si la càrrega és major que 20 t, es restarà, dels 40 euros, tants euros com tones sobrepassin aquestes 20.

a) Dibuixa la funció *ingressos de l'empresa segons la càrrega que transporti* (càrrega màxima: 30 t).

b) Obtén l'expressió analítica.

PER PENSAR UNA MICA MÉS

73 En una piscina hi ha un trampolí a 8 m de l'aigua. Un nedador s'hi llança prenent impuls i elevant-se 1 m abans de començar a caure. El nedador arriba a l'aigua a 8 m de la vora del trampolí.



a) Si prenem com a origen de coordenades la projecció de l'extrem del trampolí sobre l'aigua i el vèrtex de la paràbola és (a, b) , quant val b ?

b) L'equació del moviment és

$$y = k(x - \alpha)^2 + 0$$

Justifica-la i troba k i α .