

Càlcul diferencial

- [1] Trobeu la taxa de variació mitjana de les funcions $f(x) = x^2 + 1$ i $g(x) = x^3 + 7$ en els intervals $[0, 1]$ i $[-2, -1]$.
- [2] L'espai recorregut per un mòbil, en metres, ve expressat mitjançant la fórmula següent:

$$s(t) = 3t^2 + t + 2$$

Trobeu la velocitat mitjana del mòbil al cap dels 6 primers segons.

- [3] Trobeu les taxes de variació mitjana de la superfície d'un cercle quan el radi passa de mesurar 1 cm a fer-ne 3 cm i de 3 cm a 5 cm. La superfície roman constant si la variació del radi és la mateixa?
- [4] Trobeu les derivades de les funcions següents (intenteu simplificar el resultat al màxim):

(a) $y = 3 + 5x^2 + 8\sqrt{x}$	(e) $y = \frac{2}{x-2}$	(h) $y = \left(\frac{x+2}{x}\right)^2$	(l) $y = \ln \sqrt{x^3 + 2x}$
(b) $y = 3x^3 \ln x$	(f) $y = \frac{7}{x^{400}}$	(i) $y = \ln(9x^5 + 7x + 2)$	(m) $y = 7\sqrt{x} + 8\sqrt[3]{x}$
(c) $y = \sqrt{x}(x^3 + 2x)$	(g) $y = \frac{4x^2 + 1}{x}$	(j) $y = \frac{\ln x}{x^2}$	(n) $y = \sin^2 x + \cos^2 x$
(d) $y = \frac{5x^2 - 1}{x + 2}$	(k) $y = \log_2(3x^2 - 7)$	(o) $y = \sqrt{\cos x} \cdot \sin x$	(p) $y = \frac{x \cdot e^{-x}}{3^x}$

- [5] Trobeu les derivades de les funcions següents (intenteu simplificar el resultat al màxim):

(a) $y = \frac{2x + 1}{(x-3)^3}$	(g) $y = \ln \sqrt{\frac{x}{x-1}}$	(l) $y = \sin^2 x$	(r) $y = \ln(e^x + x^2)$
(b) $y = 4 \arctg x$	(h) $y = \frac{x}{\ln x}$	(m) $y = 2^{\sin x}$	(s) $y = \ln(x^2 + 1)^2$
(c) $y = 2 \sin x + \tg x$	(i) $y = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$	(n) $y = \sin 2x \cdot e^{\cos 2x}$	(t) $y = \ln \left(\frac{e^{2x}}{2x} \right)$
(d) $y = 4 \sin x \cdot \cos x$	(j) $y = \frac{x^2 - 1}{e^{x^2}}$	(o) $y = \tg^2(1 - 5x)$	(u) $y = \ln \sqrt[3]{\frac{x \cdot (x-1)^2}{x+3}}$
(e) $y = \arccos(x^2)$	(k) $y = \arctg \sqrt{x}$	(p) $y = \cos(2x - 1)^3$	(v) $y = \ln \left(\frac{1 + \cos x}{3x} \right)$
(f) $y = \log_2 \left(\frac{5 - x^2}{5 + x^2} \right)$	(q) $y = \cos^3(2x - 1)$		

- [6] Determineu la derivada n-èsima de les funcions següents:

(a) $y = e^{-x}$	(b) $y = \frac{1+x}{1-x}$	(c) $y = \ln x$
------------------	---------------------------	-----------------

- [7] Calculeu la derivada de les funcions següents:

(a) $y = \ln \sqrt{\frac{x^2 \cdot \sin x}{\cos x}}$	(b) $y = \frac{\cos 2x + \sin 2x}{\cos 2x - \sin 2x}$	(c) $y = \ln \frac{1 + \tg \frac{x}{2}}{1 - \tg \frac{x}{2}}$	(d) $y = \tg x \cdot e^{x^2}$
--	---	---	-------------------------------

- [8] Calculeu la derivada de les següents funcions:

(a) x^x	(c) $y = (\sin x)^{\cos x}$	(e) $y = x^{\sqrt{x}}$	(g) $y = (\sin x)^{2x}$
(b) $y = (1 + x^2)^x$	(d) $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$	(f) $y = (x - \sin x)^{\sqrt{x}}$	(h) $y = (\arcsin x)^{\sin x}$

- [9] Trobeu les derivades de les següents funcions definides de forma implícita:
- (a) $x^2 + y^2 - 2xy = 0$ (c) $x^3 + 3y^2 - 2ay = 0$ (e) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ (g) $y^3 - 2xy + 7 = 3x + 1$
 (b) $x = \cos(xy)$ (d) $e^{2y} - \ln x^3 = 3$ (f) $x^3 + y^3 + xy = 0$ (h) $(2y^2 + 3)^3 = 5x^3 - 3x$
- [10] Per a $f(x) = e^{1-x} + \ln(x+2)$, calculeu la derivada de $f(x)$ en el punt $x = 1$.
- [11] Donada la funció $f(x) = \frac{x}{x-2}$, existeix algun punt de la gràfica en el qual la recta tangent tingui pendent positiu? Justifiqueu la resposta.
- [12] Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de $f(x) = (x+1)e^{-x}$ en el punt de tall de $f(x)$ amb l'eix d'abscisses.
- [13] Determineu en quins punts de la gràfica de la funció $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$, la recta tangent a aquesta funció és paral·lela a la recta $y = x + 7$. Trobeu les equacions d'aquestes rectes tangents.
- [14] Calculeu el valor de a perquè la recta tangent a la gràfica de la funció $f(x) = -ax^2 + 5x - 4$, en el punt d'abscissa 3, talli l'eix d'abscisses en el punt $x = 5$.
- [15] Determineu l'equació de la recta tangent i de la recta normal a la gràfica de la funció $f(x) = \ln \sqrt{2x+3}$ en el punt $x = -1$.
- [16] Donada la funció $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$, trobeu l'equació de la recta tangent i de la recta normal a la corba en el punt de tall amb l'eix d'abscisses.
- [17] Donada la paràbola $y = x^2 - 2x + 5$, es considera la recta r que uneix els punts d'aquesta paràbola d'abscissa $x = 1$ i $x = 3$. Trobeu l'equació de la recta tangent a la paràbola que és paral·lela a r .
- [18] Donada la funció $f(x) = x^2 - 2x$:
- (a) Determineu el punt de la funció en què la recta tangent és paral·lela a la recta d'equació $y = 4x - 1$.
 (b) Demostreu que la recta obtinguda no talla en un altre punt $f(x)$.
- [19] Trobeu l'equació de la paràbola $y = x^2 + bx + c$ la recta tangent de la qual en el punt $(1, 1)$ és paral·lela a la bisectriu del primer quadrant.
- [20] Considereu la corba d'equació $y = x^2 - 2x - 3$.
- (a) Trobeu una recta que sigui tangent a aquesta corba i que formi un angle de 45° amb l'eix d'abscisses.
 (b) Hi ha algun punt de la corba en què la recta tangent sigui horitzontal? En cas afirmatiu, trobeu l'equació d'aquesta tangent; en cas negatiu expliqueu el perquè.
- [21] Trobeu els valors del paràmetre k perquè les rectes tangents a la corba $f(x) = kx^3 - x^2 + 7kx - 18$ en els punts d'abscisses $x = 1$ i $x = 2$ siguin paral·leles.
- [22] Considereu la funció $f(x) = \sqrt{x^2 + m}$.
- (a) Calculeu el valor de m perquè la recta d'equació $2x - y - 3 = 0$ sigui tangent a $f(x)$ en $x = 2$ i determineu el punt de tangència.
 (b) Trobeu m perquè la recta tangent a la funció $f(x)$ en el punt $P(a, 5)$ passi pel punt $Q(1, 1)$.
- [23] Calculeu la recta tangent a la funció $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ a $x = 2$. Aquesta recta delimita, amb els eixos de coordenades, un triangle. Trobeu-ne l'àrea.
- [24] Determineu l'àrea de la regió delimitada pels eixos de coordenades i la recta tangent a la funció $f(x) = 3 + \ln(\operatorname{tg} x)$ en el punt d'abscissa $x = \frac{\pi}{4}$.

- [25] Les funcions $f(x) = x^2 + ax + b$ i $g(x) = c \cdot e^{-(x+1)}$ es tallen en el punt $P(-1, 2)$ i tenen, en aquest punt, la mateixa recta tangent. Determineu els valors de a , b i c .
- [26] Considereu la circumferència amb el centre en l'origen de coordenades i radi $\sqrt{5}$. Determineu l'àrea de la figura delimitada per les rectes tangents a la corba en el punt d'abscissa $x = 1$ i l'eix d'ordenades.
- [27] Donada la funció $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, determineu els valors a , b , c i d perquè es compleixin les condicions següents:
- Que la tangent a la gràfica de f en el punt $(0, 2)$ sigui paral·lela a la recta $y + 1 = 0$.
 - Que la recta $x - y - 2 = 0$ sigui tangent a la gràfica de f en el punt d'abscissa $x = 1$.
- [28] Estudieu la continuïtat i la derivabilitat de la següent funció:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 5x + 6 & \text{si } x \leq -1 \\ 2 - \frac{1}{x} & \text{si } -1 < x < 2 \\ \frac{5}{4} + 2^{-x} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- [29] Raoneu si la funció $f(x) = 7 - |2x - 6|$ és una funció contínua i derivable.
- [30] Estudieu la continuïtat i derivabilitat de les següents funcions segons el paràmetre m :

$$(a) f(x) = \begin{cases} x^2 + mx & \text{si } x \geq -3 \\ \frac{x}{x+4} & \text{si } x < -3 \end{cases} \quad (b) f(x) = \begin{cases} 2x + e^{1-x} & \text{si } x < 1 \\ 1 + \sqrt{x+m} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- [31] Estudieu, segons els valors dels paràmetres m i n la derivabilitat de la funció següent a $x = 4$:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{25 - x^2} & \text{si } -5 \leq x < 4 \\ x^2 + mx + n & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

[32] Donada la funció $f(x) = \begin{cases} 1 + a\sqrt{x+1} \cdot \ln(x+1) & \text{si } x > 0 \\ (x-1)^2 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

- (a) Demostreu que la funció és contínua per a qualsevol valor del paràmetre a .
- (b) Determineu el valor del paràmetre perquè la funció sigui derivable en tot $\mathbb{R}$.

- [33] Raoneu quins valors han de prendre els paràmetres a i b de manera que la funció següent sigui derivable a tot $\mathbb{R}$:

$$f(x) = \begin{cases} e^{a(x-\pi)} & \text{si } x < \pi \\ 2a + b \cdot \sin(x - \pi) & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$$

- [34] Considereu la funció següent:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a(x+b) & \text{si } x < 0 \\ \log_2(x+2) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- (a) Determineu els valors dels paràmetres a i b per als quals la funció $f(x)$ és contínua i derivable a $\mathbb{R}$.
- (b) Trobeu l'àrea de la regió plana tancada delimitada per la recta tangent a $f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 3$ i els eixos de coordenades.

Selectivitat: Càlcul diferencial

- 35] Siguin les funcions $f(x) = \frac{e^{ax} + b}{4}$ i $g(x) = +\sqrt{3x+4}$.
- Determineu el domini i el recorregut de la funció g .
 - Calculeu per a quins valors de a i de b les gràfiques de les dues funcions són tangents (és a dir, tenen la mateixa recta tangent) en el punt d'abscissa $x = 0$.
- 36] Sigui $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Sabem que la gràfica d'aquesta funció és tangent a la recta $r : y = x + 3$ en el punt d'abscissa $x = -1$, i que en el punt d'abscissa $x = 1$ la recta tangent és paral·lela a la recta r .
Calculeu el valor dels paràmetres a , b i c .
- 37] Donades la recta $y = 3x + b$ i la paràbola $y = x^2$,
- Calculeu l'abscissa del punt on la recta tangent a la paràbola és paral·lela a la recta donada.
 - Calculeu el valor del paràmetre b perquè la recta sigui tangent a la paràbola.
- 38] Sigui $P(x) = ax^2 + bx + c$ un polinomi de segon grau.
- Trobeu la relació existent entre els paràmetres a , b i c , sabent que es compleix que $P(1) = 0$ i $P(2) = 0$.
 - Quan es compleix la condició anterior, indiqueu quins valors pot tenir $P'(3/2)$.
- 39] Sigui $f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 1$. Donades les rectes $r_1 : y = x + 2$ i $r_2 : y = 7x - 2$:
- Expliqueu, raonadament, si alguna de les dues rectes pot ser tangent a la corba $y = f(x)$ en algun punt.
 - En cas que alguna d'elles ho sigui, trobeu el punt de tangència.
- 40] Donades les funcions $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ i $g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$:
- Comproveu que $[g(x)]^2 - [f(x)]^2 = 1$.
 - Comproveu també que $f'(x) = g(x)$ i $g'(x) = f(x)$.
 - Comproveu que $f(x+y) = f(x) \cdot g(y) + f(y) \cdot g(x)$.
 - Calculeu $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ dividint per e^x el numerador i el denominador; amb un procediment similar (però no igual), trobeu $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$.
- 41] Trobeu els valors dels paràmetres a i b per tal que la funció següent sigui contínua i derivable en $x = 2$.
- $$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x + 3 & \text{si } x < 2 \\ x^3 + bx + 5 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$
- 42] Digueu per a quin valor de x la recta tangent a la corba $y = \ln(x^2 + 1)$ és paral·lela a la recta $y = x$. Escriviu l'equació d'aquesta tangent.
- 43] En quin punt la recta tangent a la funció $f(x) = x \cdot e^x$ és paral·lela a l'eix d'abscisses? Escriviu l'equació de la recta tangent en aquest punt.
- 44] Sigui la paràbola $y = 2x^2 + x + 1$ i sigui A el punt de la paràbola d'abscissa 0.
- Trobeu l'equació de la recta tangent a la paràbola en el punt A .
 - En quin punt de la paràbola la recta tangent és perpendicular a la recta que heu trobat en l'apartat anterior?
- 45] Considereu la funció $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$.

- (a) Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de $f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 3$.
 (b) Existeix alguna altra recta tangent a la gràfica $f(x)$ que sigui paral·lela a la que heu trobat? Raoneu la resposta i, en cas afirmatiu, trobeu-ne l'equació.

[46] Calculeu el punt de la corba $y = 2 + x - x^2$ en què la tangent és paral·lela a la recta $y = x$.

[47] Determineu els punts de la gràfica de $f(x) = x^4 + 5x$ on la recta tangent és paral·lela a la bisectriu del primer quadrant. Calculeu l'equació d'aquestes rectes tangents.

Solucions

[1] Per a $f(x)$: $TVM([0, 1]) = 1$ i $TVM([-2, -1]) = -3$. Per a $g(x)$: $TVM([0, 1]) = 1$ i $TVM([-2, -1]) = 7$.

[2] 19 m/s

[3] $TVM([1, 3]) = 4\pi$ i $TVM([3, 5]) = 8\pi$

[4] (a) $y' = 10x + \frac{4}{\sqrt{x}}$

(g) $y' = \frac{4x^2 - 1}{x^2}$

(l) $y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{3x^2 + 2}{x^3 + 2x}$

(b) $y' = 3x^2(3 \ln x + 1)$

(h) $y' = -4 \cdot \frac{x + 2}{x^3}$

(m) $y' = \frac{7}{2\sqrt{x}} + \frac{8}{3\sqrt[3]{x^2}}$

(c) $y' = \frac{7x^3 + 6x}{2\sqrt{x}}$

(n) $y' = 0$

(d) $y' = \frac{5x^2 + 20x + 1}{(x + 2)^2}$

(i) $y' = \frac{45x^4 + 7}{9x^5 + 7x + 2}$

(o) $y' = \frac{2\cos^2 x - \sin^2 x}{2\sqrt{\cos x}}$

(e) $y' = -\frac{2}{(x - 2)^2}$

(j) $y' = \frac{1 - 2 \ln x}{x^3}$

(p) $y' = \frac{(1 - x + \ln 3) \cdot e^{-x}}{3^x}$

(f) $y' = -\frac{2800}{x^{401}}$

(k) $y' = \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{6x}{3x^2 - 7}$

[5] (a) $y' = -\frac{4x + 9}{(x - 3)^4}$

(k) $y' = \frac{1}{2(1 + x)\sqrt{x}}$

(b) $y' = \frac{4}{1 + x^2}$

(l) $y' = \sin(2x)$

(c) $y' = 2\cos x + \sec^2 x$

(m) $y' = 2^{\sin x} \cdot \ln 2 \cdot \cos x$

(n) $y' = 2e^{\cos(2x)} \cdot \cos(4x)$

(d) $y' = 4\cos(2x)$

(o) $y' = -10(tg(1 - 5x) + tg^3(1 - 5x))$

(e) $y' = -\frac{2x}{\sqrt{1 - x^4}}$

(p) $y' = -6x(2x - 1)^2 \cdot \sin(2x - 1)^3$

(q) $y' = -6\cos^2(2x - 1) \cdot \sin(2x - 1)$

(f) $y' = \frac{20x}{\ln 2 \cdot (x^4 - 25)}$

(r) $y' = \frac{e^x + 2x}{e^x + x^2}$

(g) $y' = \frac{1}{2x(1 - x)}$

(s) $y' = \frac{4x}{x^2 + 1}$

(h) $y' = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$

(t) $y' = 2 - \frac{1}{x}$

(i) $y' = \frac{1}{(x - 1)\sqrt{x^2 - 1}}$

(u) $y' = \frac{1}{3} \cdot \frac{2x^2 + 9x - 3}{x(x - 1)(x + 3)}$

(j) $y' = -2e^{-x^2} x(x^2 - 2)$

(v) $y' = \frac{-\sin x}{1 + \cos x} - \frac{1}{x}$

$$\boxed{6} \quad (a) \ y^n = (-1)^n e^{-x} \qquad (b) \ y^n = 2 \frac{n!}{(1-x)^{n+1}} \qquad (c) \ y^n = (-1)^{n+1} \frac{(n-1)!}{x^n}$$

$$\boxed{7} \quad (a) \ y' = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{x} + ctgx + tgx \right) \qquad (c) \ \frac{1 + tg^2 \frac{x}{2}}{1 - tg^2 \frac{x}{2}}$$

$$(b) \ y' = \frac{4}{1 - \sin 4x} \qquad (d) \ y' = e^{x^2} (1 + tg^2 x + 2xtgx)$$

$$\boxed{8} \quad (a) \ y' = x^x (\ln x + 1)$$

$$(b) \ y' = (1 + x^2)^x \left(\ln(1 + x^2) + \frac{2x^2}{1 + x^2} \right)$$

$$(c) \ y' = (\sin x)^{\cos x} \left(-\sin x \ln \sin x + \frac{\cos^2 x}{\sin x} \right)$$

$$(d) \ y' = \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \left(\ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) - \frac{1}{x+1} \right)$$

$$(e) \ y' = x^{\sqrt{x}} \frac{\ln x + 2}{2\sqrt{x}}$$

$$(f) \ y' = (x - \sin x)^{\sqrt{x}} \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} \ln(x - \sin x) + \frac{\sqrt{x}(1 - \cos x)}{x - \sin x} \right)$$

$$(g) \ y' = (\sin x)^{2x} \left(2 \ln \sin x + \frac{2x \cos x}{\sin x} \right)$$

$$(h) \ y' = (\arcsin x)^{\sin x} \left(\cos x \ln \arcsin x + \frac{\sin x}{\arcsin x \sqrt{1 - x^2}} \right)$$

$$\boxed{9} \quad (a) \ y' = 1 \qquad (c) \ y' = \frac{3x^2}{2a - 6y} \qquad (e) \ y' = -\frac{x}{4y} \qquad (g) \ y' = \frac{3 + 2y}{3y^2 - 2x}$$

$$(b) \ y' = \frac{1 + y \sin(xy)}{-x \sin(xy)} \qquad (d) \ y' = \frac{3}{2xe^{2y}} \qquad (f) \ y' = -\frac{3x^2 + y}{3y^2 + x} \qquad (h) \ y' = \frac{5x^2 - 1}{4y(2y^2 + 3)}$$

$$\boxed{10} \quad f'(1) = -\frac{2}{3}$$

$\boxed{11}$ No existeix cap punt en què la recta tangent tingui pendent positiu.

$$\boxed{12} \quad y = e(x + 1)$$

$\boxed{13}$ Hi ha dos punts que compleixen aquestes condicions: $x = 0$ i $x = 2$, i les respectives rectes tangents són $y = x + 1$ i $y = x - 3$.

$$\boxed{14} \quad a = 1.$$

$\boxed{15}$ Recta tangent: $y = x + 1$. Recta normal: $y = -x - 1$.

$\boxed{16}$ Recta tangent: $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$. Recta normal: $y = -3x + 6$.

$$\boxed{17} \quad y = 2x + 1. \qquad \boxed{18} \quad (a) \ (3, 3). \qquad (b) \ . \qquad \boxed{19} \quad y = x^2 - x + 1$$

$\boxed{20}$ (a) Hi ha dues rectes tangents que compleixen l'enunciat: $y = x - \frac{21}{4}$ i $y = -x - \frac{13}{4}$.

(b) Sí, en $x = 1$ i l'equació de la recta tangent és $y = -4$.

$$\boxed{21} \quad k = \frac{2}{9}$$

$$\boxed{22}$$

$m = -3$ i $(2, 1)$ el punt de tangència.

(b) $m = 0$ o $m = 9$.

23 Recta tangent $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$. L'àrea del triangle és de $\frac{25}{12} u^2$.

24 L'àrea d'aquesta regió és de $\frac{(6-\pi)^2}{16} u^2$.

25 $a = 0$, $b = 1$ i $c = 2$.

26 Àrea de $5\sqrt{5} u^2$.

27 $a = 7$, $b = -10$, $c = 0$ i $d = 2$.

28 $f(x)$ és contínua a $\mathbb{R}$ i és derivable a $\mathbb{R} - \{2\}$.

29 $f(x)$ és contínua a $\mathbb{R}$ i és derivable a $\mathbb{R} - \{3\}$.

30 (a) Si $m \neq 4$, aleshores $f(x)$ és contínua i derivable a $\mathbb{R} - \{-3, -4\}$; si $m = 4$ aleshores $f(x)$ és contínua a $\mathbb{R} - \{-4\}$ i derivable a $\mathbb{R} - \{-3, -4\}$.

(b) Si $m \neq 3$, aleshores $f(x)$ és contínua i derivable a $\mathbb{R} - \{-1\}$; si $m = 3$ aleshores $f(x)$ és contínua a $\mathbb{R}$ i derivable a $\mathbb{R} - \{-1\}$.

31 $f(x)$ és derivable a $x = 4$ si i només si $m = -\frac{7}{3}$ i $n = -\frac{11}{3}$.

32 (a)

(b) $a = -2$

33 $f(x)$ és derivable a $\mathbb{R}$ si i només si $a = b = \frac{1}{2}$.

34 Si $ab = 1$, aleshores $f(x)$ és contínua a $\mathbb{R}$; Si $ab \neq 1$, aleshores $f(x)$ és contínua a $\mathbb{R} - \{0\}$.

Si $a = \frac{1}{2\ln 2}$ i $b = 2\ln 2$, aleshores $f(x)$ és derivable a $\mathbb{R}$; en la resta de casos $f(x)$ és derivable a $\mathbb{R} - \{0\}$.

35 (a) $\text{Dom}g(x) = [-\frac{4}{3}, +\infty]$ i $\text{Rec}g(x) = [0, +\infty]$.

(b) $a = 3$ i $b = 7$.

36 $a = 0$, $b = -2$ i $c = 1$.

37 (a) $x = \frac{3}{2}$

(b) $b = -\frac{9}{4}$

38 (a) $f(x) = \begin{cases} 0 = a + b + c \\ 0 = 4a + 2b + c \end{cases}$ Nota: Aquesta solució es pot millorar un cop s'hagi treballat el tema de sistemes d'equacions.

(b) $P'(\frac{3}{2}) = 0$.

39 (a) r_1 no pot ser una recta tangent a $f(x)$ en qualsevol dels seus punts. r_2 sí que ho pot ser.

(b) El punt de tangència és el $(1, 5)$.

40 (a)

(b)

(c)

(d) Els dos límits valen 1.

41 $a = \frac{7}{2}$ i $b = 4$.

42 Cal que $x = 1$ i la recta tangent a $f(x)$ en aquest punt és $y = x - 1 + \ln 2$.

43 En el punt $x = -1$ i la recta tangent a $f(x)$ en aquest punt és $y = -\frac{1}{e}$.

44 (a) $y = x + 1$

(b) En el punt $x = -\frac{1}{2}$.

45 (a) $y = 11x - 25$

(b) Sí, en el punt $x = -1$ i la recta tangent a $f(x)$ en aquest punt és $y = 11x + 7$.

46 El punt $(0, 2)$.

47 El punt és el $x = -1$ i la recta tangent a $f(x)$ en aquest punt és $y = x - 3$.