

- 33 Dues famílies van a una cafeteria. La primera família pren 1 refresc, 3 cafès i 7 magdalenes, i paga un total d'11,75 €. La segona família demana 1 refresc, 4 cafès i 10 magdalenes i paga per tot plegat 15,5 €.

- (a) Digueu, raonadament, si és possible saber el preu d'un cafè, el d'un refresc i el d'una magdalena.
 (b) Calculeu quant ha de pagar una família que prengui un refresc, un cafè i una magdalena.

sigui $x = \text{preu d'un refresc (€)}$
 $y = \text{preu d'un cafè (€)}$
 $z = \text{preu d'una magdalena (€)}$

- a) Amb les dades del problema tenim 2 equacions:

$$\begin{cases} x + 3y + 7z = 11,75 \\ x + 4y + 10z = 15,50 \end{cases}$$

Per saber el preu de cada cosa cal que aquest sistema tingui solució única, és a dir, cal que $\text{Rang } A = \text{Rang } (A|b) = \# \text{ incògnites} = 3$. I això és impossible ja que només tenim 2 files. Per tant, els preus no es poden determinar.

- b) Ara el sistema està format per les dues equacions noves i una terçera, quedant:
- $$\begin{cases} x + 3y + 7z = 11,75 \\ x + 4y + 10z = 15,50 \\ x + y + z = K \end{cases}$$

Observem que no ens demana trobar el preu de cada cosa; el que ens demana és trobar K , és a dir trobar el preu de les 3 coses (una de cada) juntes. És possible saber-ho? De moment no ho sabem però ho podem intentar i ja veurem què passa.

Anem a resoldre (o a intentar resoldre) el sistema:

$$\begin{pmatrix} \textcircled{1} & 3 & 7 & | & 11,75 \\ 1 & 4 & 10 & | & 15,50 \\ 1 & 1 & 1 & | & K \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & | & 11,75 \\ 0 & \textcircled{1} & 3 & | & 3,75 \\ 0 & 2 & 6 & | & 11,75 - K \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$f_2 \rightarrow f_2 - f_1$$

$$f_3 \rightarrow f_1 - f_3$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & | & 11,75 \\ 0 & 1 & 3 & | & 3,75 \\ 0 & 0 & 0 & | & 4,25 - K \end{pmatrix}$$

$$f_3 \rightarrow f_3 - 2f_2$$

Arx tocant agafar aquest com a pivot. Podem? Depèn.

* Si $4,25 - K = 0$ (és a dir $K = 4,25$) no el podem agafar com a pivot (val 0). Aleshores $\text{Rang } A = \text{Rang}(A|b) = 2$, # incògnites = 3. El sistema és compatible indeterminat i té ∞ solucions.

* Si $4,25 - K \neq 0$ si el podem agafar com a pivot Aleshores $\text{Rang } A = 2$, $\text{Rang}(A|b) = 3$ i, per tant, el sistema és incompatible, no té solució.

Conclusió: Hem pogut trobar la solució del sistema? Sí, quan $K = 4,25$. De fet té ∞ solucions però hem pogut trobar el valor de K .

Per tant, per un refresc, un cafè i una magdalena pagarem 4,25 €.

Nota: aquest exercici és molt interessant ja que és impossible saber el preu de cada cosa per separat però podem saber el preu de les tres coses juntes (una de cada).