

20 Discuteix els següents sistemes d'equacions segons el valor del paràmetre:

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} \begin{cases} x - y - z = k \\ x - y + 2z = 1 \\ 2x + y + kz = 0 \end{cases} & \text{(c)} \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ mx + y - z = 1 \\ 3x + 4y - 2z = -3 \end{cases} & \text{(e)} \begin{cases} mx + (m+1)z = m \\ my + z = m \\ y + mz = m \end{cases} & \text{(g)} \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 4x - 3y = a \\ 2x + y = 5 \end{cases} \\
 \text{(b)} \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + 3y + z = 0 \\ 3x + ay + 4z = 0 \end{cases} & \text{(d)} \begin{cases} 3x + 2y + az = 1 \\ 5x + 3y + 3z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases} & \text{(f)} \begin{cases} 2x + my + 4z = 2 \\ mx + 2y + 6z = 0 \\ 2x + my + 6z = m - 1 \end{cases} & \text{(h)} \begin{cases} -3x + ay = 1 \\ 2x + y = 0 \\ ax - 2ay = -1 \end{cases}
 \end{array}$$

a)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & k \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & k & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{r_1 \rightarrow r_1 + r_3 \\ r_2 \rightarrow r_2 + r_3}} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & k-1 & k \\ 3 & 0 & k+2 & 1 \\ 2 & 1 & k & 0 \end{array} \right) \rightarrow$$

no toquem la darrera columna
Entem agafar el pivot a la columna que té paràmetres
= bones opcions de pivot

Igual que abans, entem les dues darreres columnes.
= bones opcions de pivot

$$\xrightarrow{r_2 \rightarrow r_2 - r_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & k-1 & k \\ 0 & 0 & 3 & 1-k \\ 2 & 1 & k & 0 \end{array} \right)$$

I ja no podem agafar cap més pivot.

Conclusió: $\text{rang}(A) = 3$
 $\text{rang}(A|b) = 3$
 $\# \text{ incògnites} = 3$

El sistema és sempre compatible determinat (no depèn del valor de la k).

Interpretació del problema (no cal que expliquen això quan fan exercicis) és només per aclarir idees.

L'enunciat no és un sistema, són infinites sistemes (s'anomena una família de sistemes, un per cada valor de k).

Cada un d'aquests sistemes tindrà una única solució (sistema compatible determinat). Però, alerta, cada solució serà diferent per a cada sistema.