

20 Discuteix els següents sistemes d'equacions segons el valor del paràmetre:

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} \begin{cases} x - y - z = k \\ x - y + 2z = 1 \\ 2x + y + kz = 0 \end{cases} & \text{(c)} \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ mx + y - z = 1 \\ 3x + 4y - 2z = -3 \end{cases} & \text{(e)} \begin{cases} mx + (m+1)z = m \\ my + z = m \\ y + mz = m \end{cases} & \text{(g)} \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 4x - 3y = a \\ 2x + y = 5 \end{cases} \\
 \text{(b)} \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + 3y + z = 0 \\ 3x + ay + 4z = 0 \end{cases} & \text{(d)} \begin{cases} 3x + 2y + az = 1 \\ 5x + 3y + 3z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases} & \text{(f)} \begin{cases} 2x + my + 4z = 2 \\ mx + 2y + 6z = 0 \\ 2x + my + 6z = m - 1 \end{cases} & \text{(h)} \begin{cases} -3x + ay = 1 \\ 2x + y = 0 \\ ax - 2ay = -1 \end{cases}
 \end{array}$$

b) Aquest sistema és homogeni

Els sistemes homogenis sempre són compatibles (sempre tenen solució).

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 0 \\ 1 & 3 & 1 & | & 0 \\ 3 & a & 4 & | & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & 2 & 2 & | & 0 \\ 0 & a-2 & 7 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} r_1 \rightarrow r_1 + r_2 \\ r_3 \rightarrow r_3 - r_1 \end{matrix}$$

Entren la columna del paràmetre

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 2a-20 & 0 & | & 0 \\ 1 & 3 & 1 & | & 0 \\ 1 & 12-a & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} r_1 \rightarrow r_1 - 2r_3 \end{matrix}$$

L'única candidat a pivot és aquest. El puc agafar com a pivot? Depèn, a vegades sí o no puc (anem a bifurcar camins).

Si $2a-20=0$, és a dir, si $a=10$
No puc agafar cap més pivot. Mesmos
 $\text{Rang } A = \text{Rang } (A|b) = 2$
incògnites = 3 $\Rightarrow$ sistema compatible indeterminat

Si $2a-20 \neq 0$, és a dir, si $a \neq 10$
Si es pot agafar com a pivot i
 $\text{Rang } A = \text{Rang } (A|b) = \text{# incògnites} \Rightarrow$ sistema compatible determinat

Conclusió: Si $a=10$ el sistema és compatible indeterminat (∞ solucions)
Si $a \neq 10$ el sistema és compatible determinat (una única solució per cadascun dels sistemes)

Feu un quadre com aquest sempre al final. Facilita la feina del corrector