

19 Sigui $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$ una base de l'espai amb $\vec{u}_1 = (5, 3, 1)$, $\vec{u}_2 = (1, -3, -2)$ i $\vec{u}_3 = (1, 2, 1)$.

Sigui $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ una base de l'espai amb $\vec{v}_1 = (-2, 1, 0)$, $\vec{v}_2 = (-1, 3, 0)$ i $\vec{v}_3 = (-2, -3, 1)$.

Donat el vector $\vec{x} = (1, 1, 1)$ expressat en les coordenades $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$, trobeu les components de $\vec{x}$ en les coordenades $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$.

Solució:

Tenim el vector $\vec{x}$ en dues bases diferents:

$$\vec{x}_{\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}} = \vec{x}_{\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}}$$

$$(1, 1, 1)_{\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}} = (a, b, c)_{\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}}$$

$$1 \cdot \vec{u}_1 + 1 \cdot \vec{u}_2 + 1 \cdot \vec{u}_3 = a \cdot \vec{v}_1 + b \cdot \vec{v}_2 + c \cdot \vec{v}_3$$

$$(5, 3, 1) + (1, -3, -2) + (1, 2, 1) = a \cdot (-2, 1, 0) + b \cdot (-1, 3, 0) + c \cdot (-2, -3, 1)$$

Segur que ja el sabreu acabar (us podeu inspirar en la solució de l'exercici 18).