

39 Responen a les qüestions següents:

(a) Discuti el sistema d'equacions lineals

$$\begin{cases} (k-1)y + (k^2-1)z = 0 \\ (4k+1)x - y - 7z = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

en funció dels valors de k

(b) Resoleu el sistema per a $k = 1$.

(a) Construïm les matrius:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & k-1 & k^2-1 & 0 \\ 4k+1 & -1 & -7 & 1 \\ \textcircled{1} & 1 & 1 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & k-1 & k^2-1 & 0 \\ 0 & 4k+2 & 4k+8 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$r_2 \rightarrow (4k+1)r_3 - r_2$

Estic obligat a agafar un pivot que contingui k , començo doncs a fer camins.
Intento agafar $k-1$ com a pivot. Puc agafar-lo? Depèn (dos camins).

Si $k=1$ No el podem agafar com a pivot
i la matriu es queda

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \textcircled{6} & 12 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Agafo el 6 com a pivot i hem acabat.

$\text{Rang}(A) = \text{Rang}(A|b) = 2$
 $\# \text{ incògnites} = 3$ } $\Rightarrow$ sistema compatible indeterminat ∞ solucions

Si $k \neq 1$ Si el podem agafar com a pivot
Fem-ho i continuem

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & \textcircled{k-1} & k^2-1 & 0 \\ 0 & 4k+2 & 4k+8 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & k-1 & k^2-1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}(k-1)^2(k+\frac{3}{2}) & 1-k \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$r_2 \rightarrow (k-1)r_2 - (4k+2)r_1$

Ara he fet els càlculs
l'he factoritzat. Ajuda molt

Podem agafar $-4(k-1)^2(k+\frac{3}{2})$ com a pivot?
 $\neq 0$ $\rightarrow$ si $k = -\frac{3}{2}$ NO
 estem en el cas $k \neq 1$!! si $k \neq -\frac{3}{2}$ SI

Diferenciem casos

$$\boxed{\text{cas } k \neq -\frac{3}{2}}$$

. Ja tenim els tres pivots

$$\text{Rang}(A) = \text{Rang}(AB) = \# \text{ incògnites} = 3$$

El sistema és compatible determinat. 1 única solució

$$\boxed{\text{cas } k = -\frac{3}{2}}$$

la matriu ens queda:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ * & * & * & * \end{array} \right)$$

He posat * perquè no importa, aquestes files ja tenen pivots. Afegim a la matriu ampliada l'últim pivot.

Per tant $\text{Rang } A \neq \text{Rang}(AB)$, el sistema és incompatible. No té solució

Resum (poseu-lo sempre!):

- si $k = 1$ el sistema és compatible indeterminat
- si $k = -\frac{3}{2}$ el sistema és incompatible
- si $k \neq 1$ i $k \neq -\frac{3}{2}$ el sistema és compatible determinat

b) Agafen la matriu del cas $k = 1$ i feu-la. Estic segur que no us costarà.