

- 25 Quina relació han de complir a i b perquè els tres vectors $\vec{u} = (a, 2, b)$, $\vec{v} = (3, a, 5)$ i $\vec{w} = (1, -b, -1)$ siguin paral·lels?

Que els tres vectors siguin paral·lels vol dir que tots tres tenen la mateixa direcció, només el sentit i el mòdul poden ser diferents. Això implica:

1) Si entre els tres vectors indiquen només una direcció, aleshores si faig el rang dels tres vectors em donarà 1.

2) Cada vector és proporcional a un dels altres, ja que tenen la mateixa direcció.

Aquests dos punts ens donen dues maneres d'enfocar el problema (n'hi ha més).

Comencem amb la primera:

1) La matriu formada pels tres vectors $\begin{pmatrix} a & 3 & 1 \\ 2 & a & -b \\ b & 5 & -1 \end{pmatrix}$ té rang 1. Aleshores,

usant Gauss:

$$\begin{pmatrix} a & 3 & 1 \\ 2 & a & -b \\ b & 5 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a & 3 & 1 \\ 2+ab & a+3b & 0 \\ a+b & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$r_2 \rightarrow r_2 + b r_1$$

$$r_3 \rightarrow r_3 + r_1$$

Ups!

Ja tinc rang 2 i jo volia rang 1. Aleshores els tres vectors no són paral·lels, almenys dos no ho són.

Conclusió: Els tres vectors no són paral·lels.

Segona manera (no la recomano).

2) Ens anem preguntant, dos a dos vectors si són proporcionals:

Són $\vec{u}$ i $\vec{v}$ proporcionals? És a dir, existeix K tal que $\vec{u} = K\vec{v}$? O dit d'una altra manera, cal que al dividir les components doni el mateix resultat

$$\frac{a}{3} = \frac{2}{a} = \frac{b}{5}$$

i fer això per cada parella. Molt més llarg