

Programació Lineal

- [1] Comproveu que el punt $(2, 3)$ pertany al semiplà determinat per la inequació $3x - 2y \leq 1$. Trobeu les coordenades de dos punts més de la mateixa regió del pla.

- [2] Resoleu les inequacions següents:

a) $x \leq 3$

b) $y > -4$

c) $x < 0$

d) $y \leq 5$

- [3] Resoleu les següents inequacions lineals amb dues incògnites:

a) $4x - y < 3$

d) $-4x + y > 3$

f) $\frac{2x - y}{-3} > 2$

b) $4x + y \leq 3$

e) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} \leq 1$

g) $2x - 5 \leq -4y$

c) $-4x - y \geq 3$

- [4] Resoleu els sistemes d'inequacions següents:

a)
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 6 \\ y \leq 4 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 6 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2y - x \leq 4 \\ x + y \geq 8 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x \geq 2 \\ y \geq 3 \\ x \leq 5 \\ y \leq 5 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 4y \leq 12 \\ x - 5y \geq 10 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x + 3y \geq 0 \\ x - y \leq 7 \end{cases}$$

- [5] Trobeu les regions del pla determinades pels següents sistemes d'inequacions i indiqueu si aquestes regions són acotades o no:

a)
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 5y \leq 15 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \geq 3 \\ x + 2y \geq 4 \end{cases}$$

- [6] Representeu gràficament la regió determinada pel sistema d'inequacions
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 4y \geq 16 \\ 9x - 7y \geq 2 \\ 3x + 2y \geq 6 \end{cases}$$
. Comenteu si sobra alguna equació i el perquè.

- [7] Representeu la regió factible donada pel sistema d'equacions:
$$\begin{cases} x + y \geq -1 \\ x \leq 2 \\ y \geq -1 \\ x \geq 3y - \frac{1}{2} \end{cases}$$

- [8] Escriviu un sistema d'inequacions lineals que tingui com a regió factible l'interior del paral·lelogram de vèrtexs $A(1, 1)$, $B(5, 5)$, $C(3, 8)$ i $D(-1, 4)$.

- [9] Afegiu inequacions al sistema
$$\begin{cases} x \leq y \\ 3y \leq x + 12 \end{cases}$$
 per tal que la regió factible que en resulti tingui forma de paral·lelogram.

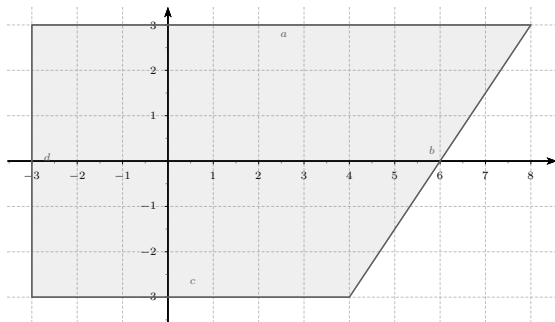
- 10 Donat el sistema d'inequacions lineal $\begin{cases} 3x - 2y \leq 3 \\ x + y \leq -1 \end{cases}$, determineu tres punts d'abscissa -2 i ordenada entera que siguin solució del sistema.

- 11 Representeu gràficament el conjunt de punts que verifiquen el sistema d'inequacions següent:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \geq 4 \\ 3x - y \geq 15 \\ x + 2y \leq 20 \\ x - 1 \geq -6 \end{cases}$$

Calculeu els vèrtexs de la regió.

- 12 Trobeu les inequacions que defineixen el recinte de la figura següent:



- 13 Representeu gràficament la regió del pla definida per les desigualtats:

$$\begin{cases} x - 2y \leq 4 \\ 2x + y + 2 \geq 0 \\ 3y \leq 4 - x \end{cases}$$

i trobeu els valors màxim i mínim de la funció $F(x, y) = x + y$, quan (x, y) recorre aquesta regió.

- 14 Representeu gràficament la regió $S = \{(x, y) / y + 3x \geq 6, y + 1 \leq 0\}$ i calculeu el valor màxim i mínim, si existeixen, de la funció $f(x, y) = 3y - 8x$ en S .

- 15 Si la regió del pla ve definida per les inequacions:

$$\begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 3 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

Per a quins valors (x, y) de la regió és màxima la funció $f(x, y) = 5x + 2y$ i per a quins valors (x, y) és mínima?

- 16 En la regió determinada per $x + y \geq 2$, $x \leq y$, $x \geq 0$ i $y \geq 0$, trobeu les coordenades dels punts en què la funció $f(x, y) = 3x + 4y$ aconsegueix el seu mínim.

- 17 Trobeu els valors de x i de y que fan màxima la funció $f(x, y) = 8x + 5y$, subjecta a les restriccions:

$$\begin{cases} x, y \text{ han de ser nombres naturals} \\ x + y \leq 7 \\ 3x + y \leq 12 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

- 18 El premi d'un concurs consisteix en un xec de 240 € per gastar en llibres i jocs. Els llibres valen 8 € i els jocs 24 €. L'organització estableix la condició que el nombre de llibres que compri el guanyador no pot superar el doble del nombre de jocs. Planteja un sistema d'inequacions amb les restriccions i representa la regió factible.
- 19 Una persona té 1.500 € per invertir en dos tipus d'accions, A i B . El tipus A té un interès simple anual del 9% i el tipus B del 5%. Aquesta persona decideix invertir com a màxim 900 € en accions del tipus A i, com a mínim 300 € en accions del tipus B i, a més, invertir en A almenys tant com en B . Com ha d'invertir els seus diners perquè els beneficis anuals siguin el màxim possible? Calcula aquests beneficis anuals.
- 20 Un establiment de roba esportiva té emmagatzemats 1.600 banyadors, 1.000 ulleres de bany i 800 barrets. Volen incentivar la compra d'aquests productes mitjançant l'oferta de dos tipus de lots: el lot A , que produeix un benefici de 8 €, format per un banyador, un barret i unes ulleres; i el lot B , que produeix un benefici de 10 € i que està format per dos banyadors i unes ulleres. Si saps que la publicitat d'aquesta oferta tindrà un cost de 1.500 € que s'han de deduir dels beneficis, calcula el nombre de lots A i B que faran màxim el benefici i digues, també, a quant puja aquest benefici.
- 21 Una empresa que fabrica automòbils produeix dos models A i B en dues fàbriques situades a Lleida i Tarragona. La fàbrica de Lleida produeix diàriament 6 models del tipus A i 4 del tipus B amb un cost de 32.000 € diaris; la fàbrica de Tarragona produeix 4 models de cada tipus al dia amb un cost de 24.000 €. Si saps que la fàbrica de Lleida no pot funcionar més de 50 dies i que han de posar a la venda almenys 360 models del tipus A i 300 models del tipus B , determina el nombre de dies que ha de funcionar cada fàbrica perquè el cost total sigui mínim.
- 22 Un agricultor vol plantar 750 cirerers, 700 pereres i 650 pomeres. Al viver Agro ofereixen un lot de 15 cirerers, 30 pereres i 10 pomeres per 700 €, i al viver Ceres el lot de 15 cirerers, 10 pereres i 20 pomeres val 650 €. Esbrina el nombre de lots que ha de comprar a cada viver per poder plantar el nombre d'arbres que vol i que el cost total de l'adquisició sigui mínim. L'agricultor plantarà tots els arbres que ha comprat? En cas negatiu, digues quants no n'ha plantat i de quins tipus són.
- 23 Disposem de 105.000 € per invertir en dos tipus d'accions, A i B . Les de tipus A tenen un interès anual del 8% i les del tipus B del 7%. Si inverteixo com a màxim 65.000 € en les de tipus A , com a mínim 3.000 € en les de tipus B i vull que la inversió en les de tipus A sigui, almenys, igual a la inversió en les de tipus B , quina és la distribució amb la qual obtinc un benefici més gran?
- 24 Un circ ha muntat una carpa amb una capacitat per a 1.500 persones, entre adults i nens. El nombre de nens no pot superar els 600 i el nombre d'adults no pot superar el doble del nombre de nens. Si el preu de l'entrada d'adults és de 8 €, i el de nens és un 40% menys, quina és la quantitat màxima que poden recaptar per les entrades?
- 25 Un estudiant dedica part del seu temps a repartir propaganda publicitària. L'empresa A li paga 4 cèntims per cada imprès repartit, i l'empresa B , amb fulletons més grans, li paga 7 cèntims per imprès. L'estudiant porta dues bosses: una per a impresos A , on n'hi caben 150, i una altra per a impresos B , on n'hi caben 90. Ha calculat que cada dia és capaç de repartir 200 impresos com a màxim. L'estudiant es pregunta: quants impresos hauré de repartir de cada classe perquè el benefici diari sigui màxim?

Solucions

- 19 Ha d'invertir 900 € en accions del tipus A i 600 € en accions del tipus B i, en aquest cas, obtindrà 111 € de benefici.
- 20 El màxim benefici s'obté amb la venda de 400 lots del tipus A i 600 lots del tipus B , i el benefici és de 7.700 €.
- 21 Lleida ha d'obrir 30 dies, i Tarragona 45.
- 22 Ha de comprar 10 lots del viver Agro i 40 lots del viver Ceres. Li sobran 250 pomeres.
- 23 S'obté un benefici més gran si s'inverteix 65.000 € en accions del tipus A i 40.000 € en accions del tipus B .
- 24 La quantitat màxima que poden recaptar és de 10.400 €.
- 25 Haurà de repartir 110 impresos del tipus A i 90 del tipus B cada dia.

Selectivitat: Programació Lineal

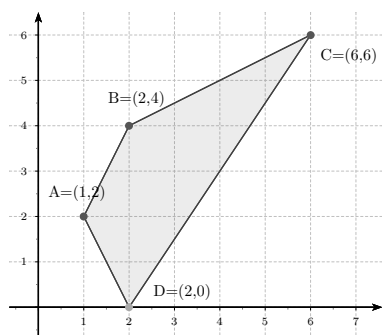
26 Una companyia aèria vol organitzar per a aquest estiu un pont aeri entre l'aeroport de Barcelona - el Prat i el de Palma de Mallorca, amb places suficients de passatge i càrrega per a transportar com a mínim 1.600 persones i 96 tones d'equipatge i mercaderies. Per a fer-ho, té a la seva disposició 11 avions del tipus A, que poden transportar 200 persones i 6 tones d'equipatge i mercaderies cadascun, i 8 avions del tipus B, que poden transportar 100 persones i 15 tones cadascun. Si la contractació d'un avió del tipus A costa 4.000 euros i la d'un avió del tipus B en costa 1.000:

- Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions que té la companyia.
- Calculeu el nombre d'avions de cada tipus que cal contractar perquè el cost sigui el mínim i determineu quin és aquest cost mínim.

27 Una empresa fabrica dos tipus de gelats, G1 i G2. En el procés d'elaboració utilitza dos tipus d'ingredients, A i B. Disposa de 90 kg de l'ingredient A i de 150 kg de l'ingredient B. Per a fabricar una capsula de gelats del tipus G1, empra 1 kg de l'ingredient A i 2 kg de l'ingredient B. Per a fabricar una capsula de gelats del tipus G2, empra 2 kg de l'ingredient del tipus A i 1 kg de l'ingredient B. Si la capsula de gelats del tipus G1 es ven a 10 euros i la del tipus G2 es ven a 15 euros, quantes capsules de gelats de cada tipus cal fabricar per a maximitzar els ingressos?

28 Un taller de joieria disposa de 150 grams de plata i de 180 hores de feina per a produir dos models d'anells. Per a fer un anell del model A calen 6 grams de plata i 3 hores de feina, mentre que per a fer-ne un del model B calen 2 grams de plata i 6 hores de feina. Els anells dels models A i B proporcionen, respectivament, 35 i 55 euros de benefici per unitat. Sabent que es vendrà tota la producció, determineu quants anells de cada model cal produir per a obtenir el màxim benefici i indiqueu quin és aquest benefici.

29 Considereu la regió ombrejada de la figura següent:



- Definiu les condicions que han de complir els punts del quadrilàter ombrejat, incloent-hi la frontera.
- Justifiqueu analíticament si el punt $P = (4, 3)$ pertany al quadrilàter.

30 Tenim quatre rectes: la recta r_1 passa pels punts $(-1, 0)$ i $(0, 1)$; la recta r_2 passa per $(-1, 0)$ i $(0, -1)$; la recta r_3 passa per $(1, 0)$ i $(0, 1)$, i la recta r_4 passa per $(1, 0)$ i $(0, -1)$.

- Escriu les inequacions que compleixen els punts de la frontera i de l'interior del quadrat que determinen aquestes quatre rectes i dibuixeu-lo.
- Determineu el valor màxim de k que fa que la recta $y = 2x + k$ tingui algun punt en comú amb el quadrilàter anterior.

31 Considereu la regió del pla limitada per les rectes següents: $y = x + 1$, $y = -x + 1$, $y = x - 1$; $y = -x - 1$.

- Dibuixeu-la i calculeu-ne els vèrtexs.
- Considereu ara la família de rectes $y = 2x + k$. Calculeu en quin punt de la regió s'obté el valor més gran de k i determineu aquest valor.

32 Una refinaria de petroli produeix gasolina i gasoil. En el procés de refinació que s'hi porta a terme s'obté més gasolina que gasoil. A més, per a cobrir la demanda cap produir com a mínim 3 milions de litres de gasoil al dia, mentre que la demanda de gasolina és de 6,4 milions de litres al dia, com a màxim.

La gasolina té un preu d'1,9 €/L, i el gasoil val 1,5 €/L. Tenint en compte que es ven la totalitat de la producció, determineu quants litres de gasolina i de gasoil cal produir al dia per a obtenir el màxim d'ingressos.

33 Considereu el triangle de vèrtexs $A(-2, 0)$, $B(0, 3)$ i $C(2, -1)$.

- Determineu les condicions que ha de complir un punt per a no ser fora del triangle.
- Justifiqueu analíticament si els punts $P(1, 1)$, $Q(-1, 1)$ i $R(-1, 2)$ són interiors, exteriors o es troben sobre els costats del triangle.

34 Considereu la regió del pla limitada per les rectes

$$y = 2x + 2, y = -2x + 2, y = 2x - 2, y = -2x - 2$$

- Dibuixeu-la i calculeu-ne els vèrtexs.
- Considereu ara la família de rectes $y = x + k$. Calculeu en quin punt de la regió s'obté el valor més gran de k i determineu aquest valor.

35 Hem de fertilitzar els terrenys d'una finca utilitzant dos adobs, A i B . El cost de l'adob A és de 0,9 €/kg, i l'adob B costa 1,5 €/kg. L'adob A conté un 20 % de nitrogen i un 10 % de fòsfor, mentre que l'adob B en conté un 18 % i un 15 % respectivament. Per a fertilitzar els terrenys correctament ens cal un mínim de 180 kg de nitrogen i 120 kg de fòsfor.

- Si anomenem x els kilograms d'adob A i y els kilograms d'adob B , escriviu el sistema d'inequacions que satisfà les condicions anteriors.
- Quina és la despesa mínima que hem de fer si volem fertilitzar els terrenys de la finca correctament?

36 Una empresa informàtica fabrica ordinadors portàtils i de taula i ven tots els que fabrica. L'empresa té capacitat per a fabricar 3.000 ordinadors. Per qüestions de mercat, el nombre d'ordinadors de taula no pot ser inferior a la meitat del nombre de portàtils, però tampoc no pot superar el nombre de portàtils. L'empresa guanya 100 € per cada ordinador de taula, i un 20 % més en la venda de cada portàtil. Quants ordinadors de cada classe ha de fabricar per a maximitzar els beneficis?

37 Una companyia aèria programa una oferta d'un màxim de 5.000 places, entre classe turista i preferent. Per cada plaça de classe turista obté uns guanys de 30 €, mentre que per cada plaça de classe preferent el benefici és de 40 €. Per raons tècniques, no és possible oferir més de 4.500 places de classe turista, i el nombre de places de classe preferent no pot superar la tercera part de les de classe turista. Calculeu quantes places de cada classe cal oferir per a maximitzar els guanys.

38 Una florista disposa de 50 margarides, 80 roses i 80 clavells, i en fa rams de dues classes: per a uns fa servir 10 margarides, 20 roses i 10 clavells, i per als altres fa servir 10 margarides, 10 roses i 20 clavells. La primera classe de rams es ven a 40 €, mentre que la segona es ven a 50 €. Quants rams de cada classe ha de fer si vol ingressar el màxim possible?

39 Tinc un problema: fabrico televisors de LED, que em deixen un benefici de 100 € cadascun, i televisors de plasma, que em donen la meitat de benefici unitari. No puc produir més de 30 televisors al dia, i la diferència entre la producció dels de LED i els de plasma és, com a màxim, de quatre unitats. Quants n'he de produir de cada classe per a guanyar el màxim?

40 Un botiguer va al mercat central amb la seva furgoneta, que pot carregar 700 kg, i amb 500 € a la butxaca, a comprar fruita per a la seva botiga. Hi troba pomes a 0,80 €/kg i taronges a 0,50 €/kg. Calcula que podrà vendre les pomes a 0,90 €/kg i les taronges a 0,58 €/kg. Quina quantitat de pomes i de taronges li convé comprar si vol obtenir el benefici més gran possible?

41 Construïm en el pla el triangle de vèrtexs $A(-3, 1)$, $B(1, 2)$ i $C(-2, 3)$.

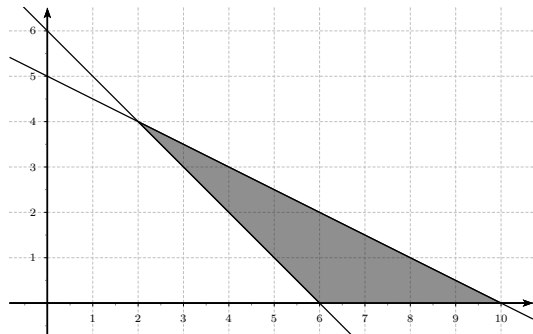
- Trobeu les inequacions que determinen la regió del pla continguda i sobre els costats del triangle ABC .
- Justifiqueu si els punts $P(0, 2)$, $Q(2, 2)$ i $R(-1, 2)$ són interiors, exteriors o es troben sobre els costats del triangle.

42 Construïm en el pla el quadrilàter de vèrtexs $A(1, 1)$, $B(2, 4)$, $C(4, 5)$ i $D(3, 0)$, els costats del qual són els segments AB , BC , CD i DA .

- Escriviu les desigualtats que determinen la regió del pla continguda i sobre els costats del quadrilàter $ABCD$.
- Feu servir les desigualtats anteriors per a justificar si els punts $P(3, 1)$, $Q(3, 4)$ i $R(5, 2)$ són interiors, exteriors o estan sobre els costats del quadrilàter.

- 43 Una petita fàbrica produeix formatge i mantega. Per a fabricar un formatge es necessiten 10 litres de llet, mentre que per a fabricar una pastilla de mantega se'n necessiten 5. La quantitat de formatges produïts no pot superar el doble de la quantitat de pastilles de mantega. De la mateixa manera, la quantitat de pastilles de mantega no pot superar el doble de la quantitat de formatges produïts. En total, la fàbrica disposa de 800 litres de llet. Després de la venda, per cada formatge s'obté un benefici de 5 € i per cada pastilla de mantega s'obté un benefici de 2 €. Determineu quina quantitat de formatges i quina quantitat de pastilles de mantega cal produir per tal que el benefici total després de la venda sigui màxim. Quin benefici s'obtindrà?

- 44 Considereu la regió ombrejada de la figura següent:



- Determineu el sistema d'inequacions que la delimita.
- Calculeu el valor màxim de la funció $z = x + 2y$ en aquesta regió, i indiqueu per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

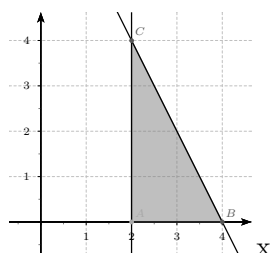
- 45 Una empresa fabrica dos tipus de begudes, que anomenarem B_1 i B_2 , i en el procés de fabricació fa servir dos tipus d'ingredients, que designarem C i D . Disposa de 90 L de C i de 150 L de D . Per cada bidó de beguda B_1 calen 1 L d'ingredient C i 2 L d'ingredient D , i per cada bidó de beguda B_2 calen 2 L de C i 1 L de D . Sabem que cada bidó de B_1 dona 10 € de benefici i que cada bidó de B_2 en proporciona 15 €.

- Plantegeu les inequacions corresponents a les restriccions indicades, calculeu els vèrtexs de la regió factible, i dibuixeu-la.
- Escriviu la funció objectiu. Quants bidons de cada tipus cal fabricar per a obtenir el benefici màxim? Quin és aquest benefici?

- 46 Considereu la regió del pla limitada per les rectes $x = 0$, $y = 0$, $2x - 3y = -6$, $x + 3y = 15$ i $x = 6$.

- Dibuixeu-la, calculeu-ne els vèrtexs i justifiqueu si els punts $P(1,3)$ i $Q(3,3)$ pertanyen o no a aquesta regió.
- Calculeu en quins punts d'aquesta regió la funció $f(x,y) = x + 4y$ assoleix el valor màxim i el valor mínim, i indiqueu aquests valors.

- 47 Considereu el triangle ABC que es mostra en la figura següent:



- Escriviu el sistema d'inequacions que determinen el triangle ABC i l'interior d'aquest.
- Indiqueu els punts de la regió indicada en què la funció $z = 2x + y$ assoleix el valor màxim.

- 48 Una botiga de bijuteria ven anells i collarets en lots de dos tipus: el lot de tipus A està format per un anell i un collar, mentre que el lot de tipus B consta de 3 anells i un collar. Sabem que disposen de 1500 anells i 1000 collarets. En cada lot de tipus A guanyen 0,70 €, mentre que en cada lot de tipus B guayen 1 €. Indiqueu quants lots de cada tipus han de vendre per a obtenir el màxim benefici.

- 49 Un concessionari de motos comercialitza dos models, un de 125 cc i un altre de 50 cc. Per cada moto de 125 cc que ven, guanya 1000 € i per cada moto de 50 cc, guanya 600 €. D'altra banda, per tal de satisfer els objectius marcats pel fabricant, cal que el concessionari compleixi les condicions següents:

- Vendre entre 50 i 150 motos de 125 cc.
- Vendre almenys tantes motos de 50 cc com de 125 cc.
- No vendre més de 500 motos de 50 cc.

Determineu quantes motos de cada tipus ha de vendre el concessionari per a obtenir el màxim benefici, i calculeu aquest benefici màxim.

Solucions

[26] a) La funció objectiu és $Cost(x, y) = 4,000x + 1,000y$. El conjunt de restriccions: $2x + y \geq 16$, $2x + 5y \geq 32$, $x \leq 11$, $y \leq 18$.

b) Cal contractar 4 avions del tipus A i 8 avions del tipus B. El cost serà de 24.000 euros.

[27] Cal fabricar 70 caps de gelat del tipus G1 i 10 caps de gelat del tipus G2. L'empresa aconseguirà 850 euros d'ingressos.

[28] Cal produir 18 anells del model A i 21 anells del model B. El benefici serà de 1.785 euros.

[29] a)
$$\begin{cases} y \geq -2x + 4 \\ y \leq 2x \\ y \leq \frac{1}{2}x + 3 \\ y \geq \frac{3}{2}x - 3 \end{cases} \quad b)$$

[30] a)
$$\begin{cases} y \leq x + 1 \\ y \geq x - 1 \\ y \leq -x + 1 \\ y \geq -x - 1 \end{cases} \quad b) \quad k = 2$$

[31] a) Els vèrtexs són: $(1, 0)$, $(-1, 0)$, $(0, 1)$ i $(0, -1)$

b) El valor $k = 2$ és el més gran que pot assolir i s'obté en el punt $(-1, 0)$.

[32] Cal produir 6,4 milions de litres al dia de cada tipus.

[33] a)
$$\begin{cases} y \leq \frac{3}{2}x + 3 \\ y \leq -2x + 3 \\ y \geq -\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} \end{cases} \quad b) \quad P \text{ sobre un costat del triangle, } Q \text{ és un punt interior i } R \text{ és un punt exterior.}$$

[34] a) Vèrtexs: $(0, 2)$, $(1, 0)$, $(0, -2)$ i $(-1, 0)$

b) El valor màxim de k s'obté en el vèrtex $(0, 2)$ i, en aquest cas, $k = 2$.

[35] a) Les restriccions són: $0,20x + 0,18y \geq 180$, $0,10x + 0,15y \geq 120$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

b) 1.080 €

[36] Han de fabricar 2.000 ordinadors portàtils i 1.000 ordinadors de taula.

[37] Cal oferir 3.750 places de classe turista i 1.250 places de classe preferent.

[38] Ha de fer 2 rams de la primera classe i 3 rams de la segona.

[39] He de produir 17 televisors de LED i 13 televisors de plasma.

[40] Li convé comprar 500 kg de pomes i 200 kg de taronges.

[41] a)
$$\begin{cases} x - 4y \leq -7 \\ x + 3y \leq 7 \\ 2x - y \geq -7 \end{cases} \quad [42] \quad a) \quad \begin{cases} 3x - y \geq 2 \\ x - 2y \geq -6 \\ 5x - y \leq 15 \\ x + 2y \geq 3 \end{cases}$$

b) Els punts P i R són interiors i el punt Q exterior. b) Els punts P i Q són interiors i el punt R exterior.

[43] Cal produir 64 formatges i 32 pastilles de mantega. S'obtindrà un benefici de 384 €.

- 44** a) $\begin{cases} x + 2y \leq 10 \\ x + y \geq 6 \\ y \geq 0 \end{cases}$ b) El valor màxim serà de 10 i s'assoleix en el segment $\overline{AB}$, on $A = (2, 4)$ i $B = (10, 0)$.
- 45** a) Sistema d'inequacions: $\begin{cases} x + 2y \leq 90 \\ 2x + y \leq 150 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$. Els vèrtexs són: $(0, 0)$, $(0, 45)$, $(70, 10)$ i $(75, 0)$. b) La funció objectiu és $f(x, y) = 10x + 15y$. Cal fabricar 70 bidons del tipus B_1 i 10 bidons del tipus B_2 . El benefici serà de 850 €.
- 46** a) Els vèrtexs són: $(0, 0)$, $(0, 2)$, $(3, 4)$, $(6, 3)$ i $(6, 0)$. El punt P no pertany a la regió i el punt Q sí. b) El valor màxim s'assoleix en el punt $(3, 4)$ i $f(3, 4) = 19$. El valor mínim s'assoleix en el punt $(0, 0)$ i $f(0, 0) = 0$.