

Exercicis de selectivitat per a les classes de preparació PAU

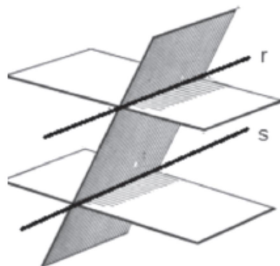
5. Considereu els plans $\pi_1: 2x + ay + z = 5$, $\pi_2: x + ay + z = 1$ i $\pi_3: 2x + (a + 1)y + (a + 1)z = 0$, en què a és un paràmetre real.

a) Estudieu per a quins valors del paràmetre a els tres plans es tallen en un punt.

[1 punt]

b) Comproveu que per al cas $a = 1$ la interpretació geomètrica del sistema format per les equacions dels tres plans és la que es mostra en la imatge següent:

[1 punt]



6. Uns estudiants de batxillerat han programat un full de càlcul com el de la figura següent que dona la solució d'un sistema d'equacions compatible determinat d'una manera automàtica:

Liberation Sans 10 N C S A · · ·												
E8	fx Σ = 2											
	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K		
2												
3												
4			x	y	z							
5												
6			1	2	-1	-6						
7			1	-1	-2	-3						
8			2	1	2	6						
9												
10												
11												
12												

sistema: COMPATIBLE DETERMINAT

x = 1

y = -2

z = 3

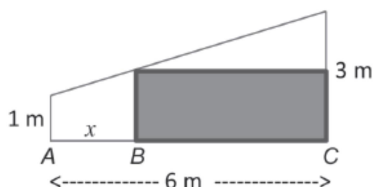
a) Escriviu el sistema i comproveu que els valors proposats com a solució són correctes.

[1 punt]

b) Quin valor s'hauria de posar en lloc del 2 que està emmarcat en la imatge, corresponent a la cella E8 (a_{33} de la matriu de coeficients), perquè el sistema fos incompatible?

[1 punt]

6. El croquis de sota representa la paret d'unes golfes amb el sostre inclinat, en la qual es vol construir un armari rectangular com el de la zona ombrejada.



a) Expressau l'àrea del rectangle en funció de la longitud x del segment AB .

[1 punt]

b) Determineu les dimensions del rectangle si volem que tingui una superfície màxima i calculeu aquesta superfície màxima.

[1 punt]

4. De les funcions $f(x)$, $f'(x)$, $g(x)$ i $g'(x)$, en coneixem els valors següents:

x	$f(x)$	$f'(x)$	x	$g(x)$	$g'(x)$
0	2	1	0	1	1
1	0	-6	1	3	3

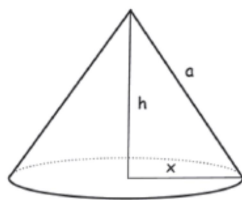
- a) De la funció $f(x)$ sabem també que el pendent de la recta tangent a un punt d'abscissa x és $4x^3 - 9x^2 - 2x + 1$. Trobeu $f(x)$.

[1 punt]

- b) Calculeu $(g \circ f)'(1)$.

[1 punt]

6. Considereu un con de 120 cm^3 de volum que té una altura h , un radi de la base x i una aresta a , com el de la figura següent:



- a) Comproveu que $a^2 = \frac{360}{\pi} \cdot \frac{1}{h} + h^2$.

[1 punt]

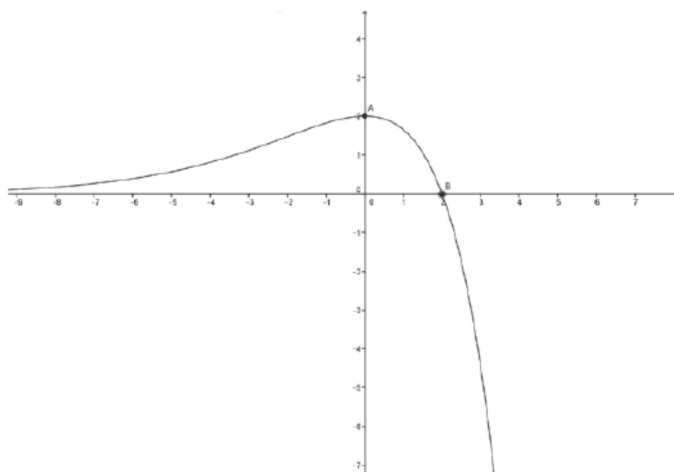
- b) Calculeu l'altura del con que té l'aresta de longitud mínima.

[1 punt]

NOTA: Recordeu que el volum del con és un terç del volum del cilindre recte que té la mateixa base i la mateixa altura que el con.

6. Responen a les qüestions següents:

- a) La funció $f(x) = (b - x)e^{ax}$, amb a i b constants, té la representació gràfica següent



i sabem que passa pels punts $A = (0, 2)$ i $B = (2, 0)$, i que en el punt A la recta tangent a la gràfica és horitzontal. Calculeu els valors de a i b .

[1 punt]