

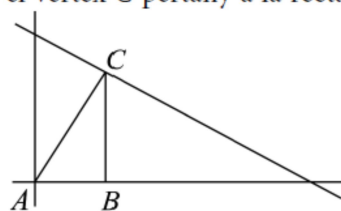
6. Un triangle rectangle situat en el primer quadrant té el vèrtex A en l'origen de coordenades, el vèrtex $B = (x, 0)$ en el semieix positiu d'abscisses i el vèrtex C pertany a la recta $x + 2y = 8$. L'angle recte és el que correspon al vèrtex B .

a) Comproveu que l'àrea del triangle es pot expressar de

$$\text{la manera següent: } A(x) = 2x - \frac{x^2}{4}.$$

b) Trobeu els vèrtexs B i C perquè l'àrea del triangle sigui màxima i comproveu que es tracta realment d'un màxim.

[1 punt per cada apartat]



4. Es vol construir un canal que tingui com a secció un trapezi isòsceles de manera que l'amplària superior del canal sigui el doble de l'amplària inferior i que els costats no paral·lels siguin de 8 metres. A la dreta teniu un esquema de la secció del canal.

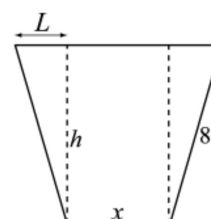
a) Trobeu el valor del segment L de la gràfica en funció de la variable x (amplària inferior del canal).

b) Sabem que l'àrea d'un trapezi és igual a l'altura multiplicada per la semisuma de les bases. Comproveu que, en aquest cas, l'àrea de la secció és donada per

$$A(x) = \frac{3x\sqrt{256 - x^2}}{4}$$

c) Calculeu el valor de x perquè l'àrea de la secció del canal sigui màxima (no cal que comproveu que és realment un màxim).

[0,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b; 1 punt per l'apartat c]

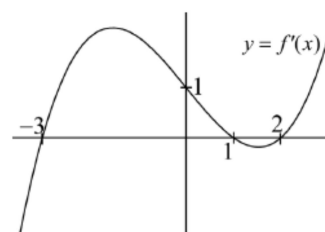


6. La funció $f(x)$ és derivable i passa per l'origen de coordenades. La gràfica de la funció derivada és la que veieu aquí dibuixada, essent $f'(x)$ creixent als intervals $(-\infty, -3]$ i $[2, +\infty)$.

a) Trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció $f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 0$.

b) Indiqueu les abscisses dels extrems relatius de la funció $f(x)$ i classifiqueu aquests extrems.

[1 punt per cada apartat]



5. En una semiesfera de radi R inscrivim un con situant el vèrtex al centre de la semiesfera, tal com es veu en el dibuix.

a) Sabent que el volum d'un con és igual a l'àrea de la base multiplicada per l'altura i dividida per 3, comproveu que, en aquest cas, podem expressar el volum com

$$V = \frac{\pi \cdot h}{3} (R^2 - h^2)$$

b) Trobeu les dimensions d'aquest con (el radi de la base i l'altura) perquè el seu volum sigui màxim i comproveu que es tracta realment d'un màxim.

[0,5 punts per l'apartat a; 1,5 punts per l'apartat b]

