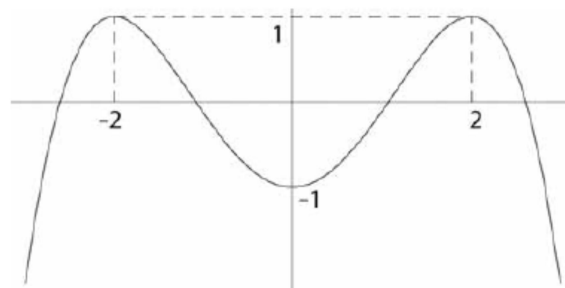


5. Donades les funcions $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ i $g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$:

- Comproveu que $[g(x)]^2 - [f(x)]^2 = 1$.
- Comproveu també que $f'(x) = g(x)$ i $g'(x) = f(x)$.
- Comproveu que $f(x + y) = f(x) \cdot g(y) + f(y) \cdot g(x)$.
- Calculeu $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ dividint per e^x el numerador i el denominador; amb un pro-

cediment similar (però no igual), trobeu $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$.
[1 punt per cada apartat]

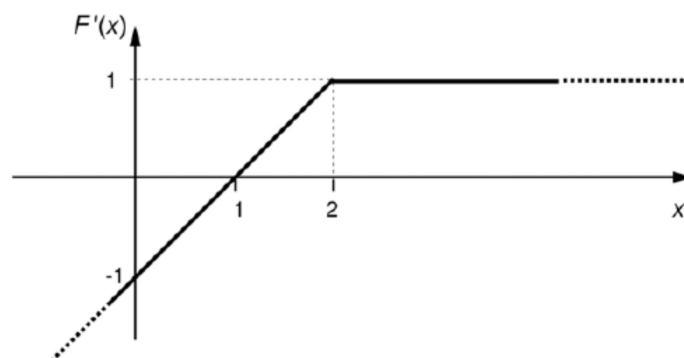
5. Considereu una funció tal que la seva representació gràfica a l'interval $(-3, 3)$ és la següent:



- Determineu les abscisses dels punts extrems (màxims i mínims) relatius.
- Estudieu el creixement i decreixement de la funció a l'interval $(-3, 3)$.
- Feu un esbós de la gràfica de la derivada d'aquesta funció.
- Sabent que la funció és de la forma $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$, trobeu de quina funció es tracta.

[0,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b; 1 punt per l'apartat c; 2 punts per l'apartat d]

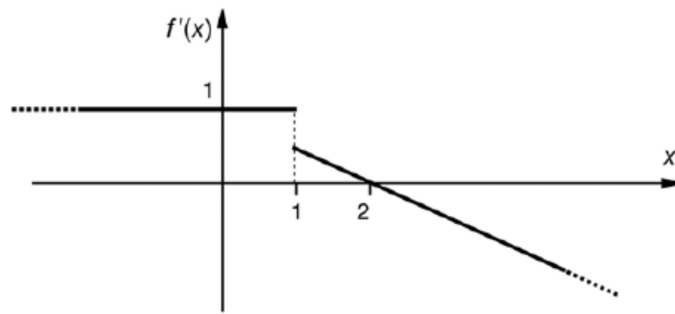
4. La funció derivada $F'(x)$ d'una funció contínua $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que passa per l'origen és una funció a trossos formada per les semirectes del dibuix.



Escriuiu l'expressió de la funció $F(x)$ com una funció a trossos.

[2 punts]

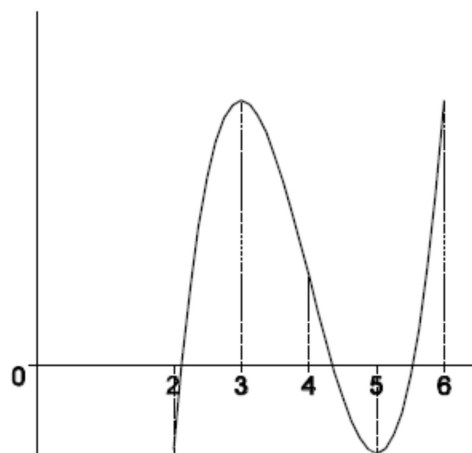
2. La funció derivada $f'(x)$ de certa funció contínua $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ és una funció a trossos formada per les semirectes del dibuix.



- Digueu si $f(x)$ és derivable en tots els punts de $\mathbb{R}$ i per què.
 - Estudieu el creixement i el decreixement de $f(x)$.
 - Trobeu si $f(x)$ té algun extrem relatiu i, si és així, per a quin valor de x i de quin tipus.
 - Sabent que $f(0) = 1$, calculeu el valor de $f(1)$.
- Justifiqueu totes les respostes.

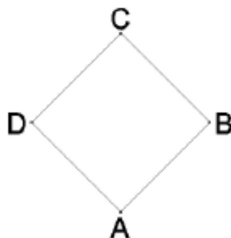
[0,5 punts cada apartat]

2. La gràfica següent correspon a una funció $f: [2, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ derivable i amb derivada contínua. Feu un esbós de la gràfica de $f': (2, 6) \rightarrow \mathbb{R}$ i justifiqueu-ne el perquè.



[2 punts]

4. Els punts $A(k-3, 2, 4)$, $B(0, k+2, 2)$ i $C(-2, 6, k+1)$ són tres dels vèrtexs d'un rombe $ABCD$ (vegeu la figura).



- Calculeu el valor de k .
- Demostreu que el rombe és un quadrat.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]