

Límits i continuïtat

[1] Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ i $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$, calculeu:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + g(x))$ (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) \cdot g(x))$ (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{g(x)}$ (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{f(x)}$

[2] Si $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ i $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -5$, calculeu:

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + g(x))$ (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - g(x))$ (c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{g(x)}$ (d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)^{g(x)}$

[3] Trobeu els límits següents:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^7$ (d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[7]{x}$ (g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 7^x$ (j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{7})^x$
 (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^7$ (e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^7}$ (h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 7^x$ (k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 7^{\frac{1}{x}}$
 (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[7]{x}$ (f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^7}$ (i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{7})^x$ (l) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 7^{\frac{1}{x}}$

[4] Calculeu els límits següents:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x}{x-1} \right)^3$ (f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 12x + 9}{\sqrt[3]{x^5 + 5x - 2}}$ (l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x)$
 (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3x+1)x^4}{(x^2-6)(2x-1)^3}$ (g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + x}{x}$ (m) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{1+4x})$
 (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+3}}{2x+1}$ (h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x + \sqrt{3x-2}}{2x}$ (n) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2+3x} - 3x)$
 (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x - 1}{\sqrt{x^2+3}}$ (i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - \sqrt{6+x}}{2x+4}$ (o) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{2x-1}$
 (e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + x - 1}{\sqrt{x^2+3}}$ (j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} + 2x}{6x-3}$ (p) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 - \frac{4x-1}{4x} \right)^{3x+2}$
 (k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2-1}{x} - \frac{1+2x^2}{2x-1} \right)$ (q) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x + 10}{3^{x+1}}$

[5] Trobeu el valor de m de manera que:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + mx} - x) = 1$ (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{mx^2 + x - 5} - 2x) = +\infty$
 (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + mx - 3} - 2x) = -\frac{1}{4}$ (e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x - 8} - \sqrt{x^2 + mx + 7}) = 1$
 (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 7} - mx) = 0$ (f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 4x} - 3x + m) = \frac{1}{2}$

[6] Determineu el valor dels límits següents:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+4} - \sqrt{x-4}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}}$ (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-3x} - \frac{x^2+2x}{x-3} \right)$ (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{2x} + \sqrt{2x} - \sqrt{2x})$

7 Trobeu els límits següents:

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2} \right)^{x-1} \quad (c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{1}{2x}} \quad (e) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2 + 6}{6x + 3x^2} \right)^{-\frac{x}{4}}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - x + 2}{x^2 + 1} \right)^{x+6} \quad (d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 2}{2x^2 + 3x - 2} \right)^{x^2-3x} \quad (f) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^3 - 3x}{1 + 2x^3} \right)^{\frac{x^2-3}{3}}$$

8 Calculeu el valor de m perquè es compleixi la igualtat:

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2 + 3}{mx + 2x^2} \right)^{x+2} = \frac{1}{e} \quad (b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5x + 3}{2 + 5x} \right)^{\frac{x^2-2}{8+mx}} = e^{\frac{7}{10}}$$

9 Sigui $f(x) = 3^{\ln(x-1)}$, calculeu:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \quad (b) \lim_{x \rightarrow e+1} f(x) \quad (c) \lim_{x \rightarrow \frac{e+1}{e}} f(x)$$

10 Donada la funció $f(x) = \frac{6x-12}{x^2-3x-4}$, calculeu els límits quan x tendeix a 0, -1, 1 i 4.

11 Calculeu els límits següents:

$$(a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 2x + 1} \quad (f) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x-1}{x-3} - \frac{x+5}{x^2-4x+3} \right) \quad (k) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1 - \sqrt{x-2}}{x^2-9}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + x}{2x^3 - x^2 - 4x + 3} \quad (g) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{3x-3} \quad (l) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)^2 - 1}{x^2} \quad (h) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} \quad (m) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{2x+5}-3}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2+x} - \frac{1}{2}}{x} \quad (i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4-x}}{x} \quad (n) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{13-4x} - \sqrt{28+x}}{\sqrt{x+3}}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{x^3-3} \right) \quad (j) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-6}{\sqrt{x}-\sqrt{3}} \quad (o) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{\sqrt{x-2}} \cdot \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} \right)$$

12 Donada la funció $f(x) = \frac{2x^3 - 3x^2 - 11x + 6}{x^3 + x^2 - 8x - 12}$, calculeu:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \quad (b) \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \quad (c) \lim_{x \rightarrow -2} f(x) \quad (d) \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \quad (e) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad (f) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

13 Donada la funció $f(x) = \frac{x^3 - x}{\sqrt{x^2 + 3} - 2x^2}$, calculeu:

$$(a) \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad (d) \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \quad (e) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad (f) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

14 Calculeu:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos^2 x)^{\frac{1}{\sin x}} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} (2x+1)^{\frac{1}{x}} \quad (c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-e^{3x} + 7e^{-5x}}{2e^{-5x} - 4e^{3x}}$$

15 Trobeu el valor de m de manera que el límit següent sigui finit:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{mx+6}}{x-2}$$

16 Sabent que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$, trobeu:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x^2}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$

17 Sigui la funció:

$$f(x) = \begin{cases} 2^x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ -3x + 2 & \text{si } 0 < x < 2 \\ \frac{-2x}{x-1} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Calculeu:

(a) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(d) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

(e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

18 Sigui la funció:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{-x^2 + x + 2} & \text{si } x \neq 2 \\ -\frac{4}{3} & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

Calculeu:

(a) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(d) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

(e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

19 Comproveu si la funció $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$ és continua en $x = -2$ i en $x = 2$.

20 Comproveu si la funció $f(x) = |x-3|$ és continua en $x = 3$ i en $x = 0$.

21 Estudieu la continuïtat de les següents funcions:

(a) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$

(b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

(c) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

(d) $f(x) = \log(2 - x)$

22 Trobeu els punts de discontinuïtat de les següents funcions i de quin tipus de discontinuïtat es tracta:

(a) $f(x) = \frac{3x-6}{x^2-2x+1}$

(b) $f(x) = \frac{2x+2}{x^2-2x-3}$

(c) $f(x) = \frac{x^2-x}{2x^2+4x-6}$

(d) $f(x) = \frac{2x^2+4x+6}{x^2-x}$

23 Determineu si la següent funció és continua:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2-3 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

24 Calculeu a perquè la funció següent sigui continua en tot $\mathbb{R}$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x} & \text{si } x \leq -2 \\ -x^2 + a & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

25 Sigui la funció $f(x) = \frac{-x^3+1}{2x^2+2x-12}$. Estudieu-ne la continuïtat.

26 Considereu la funció:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{x}{3} & \text{si } x \in (-6, -1) \\ x^2 + 2x + 1 & \text{si } x \in [-1, 4] \end{cases}$$

Raona si $f(x)$ és contínua o discontinua en $x = -1$ i en $x = -4$.

27 Sigui la funció

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & \text{si } x < 0 \\ \frac{2x-1}{x+a} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Existeix algun valor del paràmetre a per al qual $f(x)$ sigui contínua en $x = 0$?

28 Considereu la següent funció definida a trossos:

$$f(x) = \begin{cases} -4x + a & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 - 5 & \text{si } -2 < x < 1 \\ bx + 3 & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

Calculeu els valors dels paràmetres a i b perquè sigui contínua per a tot $x \in \mathbb{R}$.

29 Trobeu el valor de k perquè la funció següent sigui contínua en tots els punts:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} & \text{si } x \neq 2 \\ k & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

30 Considereu la funció

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si } x < 2 \\ x + 3 & \text{si } x > 2 \\ 3 & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

Estudieu la continuïtat i, en cas d'existir alguna discontinuïtat digueu de quin tipus es tracta.

31 Donada la funció $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{2 - x}$.

(a) Estudieu les discontinuïtats d'aquesta funció.

(b) Definiu una nova funció $g(x)$ que contingui $f(x)$ i que sigui contínua per a tot x .

32 Fes el mateix que en l'exercici anterior però ara considera $f(x) = \frac{18 - 6\sqrt{x+5}}{x-4}$

33 Sigui $f(x) = 2x - 1$ i $g(x) = \frac{(2x-1)(x+2)}{x+2}$. Podem afirmar que es tracta de la mateixa funció? Si no és així, comenta les seves diferències i semblances.

34 Trobeu el valor de m perquè les funcions següents siguin contínues:

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} 2 + m \cdot \cos x & \text{si } x \leq 0 \\ 2^{-x} + 6x - 3 & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad (b) \quad f(x) = \begin{cases} \cos(x-4) & \text{si } x \leq 4 \\ 2^{x-2m} & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

- 35 Trobeu els valors de a i b per als quals la funció sigui contínua:

(a)

(b)

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x & \text{si } x \leq -1 \\ x^3 - a & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ bx - 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} ax + 3 & \text{si } x \leq -1 \\ bx^2 + 5 & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ 2\sqrt{x+3} + a & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- 36 El compte de resultats (pèrdues o guanys) en milions d'euros, y , d'una empresa ve donada per la següent funció dels anys d'existència x de l'empresa:

$$y = \frac{5x^2 + 20x - 25}{x^2 + 7}$$

Quins seran els beneficis de l'empresa a molt llarg termini?

- 37 Els beneficis, en milers d'euros, per la venda d'un article en funció de les despeses en publicitat, també en milers d'euros, vénen donats per la funció:

$$B(x) = \begin{cases} 5x + 15 & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ -(x-3)^2 + 30 & \text{si } 3 < x \leq 8 \end{cases}$$

És contínua aquesta funció? Què passa si la despesa de publicitat és superior a 8.000 €?

- 38 Un article es ven segons la següent regla: a 10,50 €/kg. si es compren fins a 10 kg., a 7,50 €/kg. si se'n compren entre 10 i 20 kg. i a 5,50 €/kg. si se'n compren més de 20 kg. Escriviu la funció que representa el preu de venda i estudieu-ne la continuïtat.

- 39 El preu, en euros, de x litres d'oli comprats en una almàssera ve donat per la funció:

$$P(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } 0 \leq x \leq 20 \\ \sqrt{ax^2 + 2000} & \text{si } x > 20 \end{cases}$$

(a) Determineu el valor de la constant a perquè la funció $P(x)$ sigui contínua.

(b) Si comprassin moltíssims litres d'oli, quant sortiria aproximadament el preu de cada litre?

- 40 Donada la funció $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 25}{x - 5} & \text{si } x \neq 5 \\ 0 & \text{si } x = 5 \end{cases}$

(a) Demostreu que $f(x)$ no és contínua en $x = 5$.

(b) Trobeu una funció $g(x)$ que, tot i ser diferent, coincideixi amb $f(x)$ per a tots els valors de $x \neq 5$.

(c) Trobeu una funció $h(x)$ que arregli d'una manera senzilla la discontinuïtat de la funció $f(x)$.

- 41 Expressen les funcions següents com a funcions definides a trossos i estudieu-ne la continuïtat:

(a) $y = |3 - 2x|$

(b) $y = |x^2 - x - 6|$

(c) $y = \left| \frac{1}{x-2} \right|$

- 42 Un inversor empra la funció següent per reinvertir a la Borsa part del capital que obté mensualment. $R(x)$ representa la quantitat reinvertida quan el capital obtingut és x (tant la quantitat com el capital, en euros).

$$R(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 600 \\ 40 + \frac{400 + 56x}{1640 + 0,1x} & \text{si } x \geq 600 \end{cases}$$

La quantitat reinvertida és una funció contínua del capital obtingut?

43 Per a cada una de les funcions següents, demostra que $f(x) = 0$ per a algun valor de l'interval $[0, 3]$:

(a) $f(x) = x^7 - 2x^6 + 2x^2 + x - 1$

(c) $f(x) = \ln(x + 1) - 2x + 3$

(b) $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 3}{2x + 1}$

(d) $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + x$

44 Donada la funció $f(x) = \sqrt{x} + \ln x - 2$, demostreu que existeix a tal que $(a, 0)$ és un punt de la funció.

45 Demostreu que l'equació $x^3 + 3x^2 + x = 0$ té almenys una arrel real a l'interval $[-3, -2]$. Troba una aproximació d'aquesta arrel amb un error més petit que una dècima.

46 Demostreu que la funció $f(x) = x + 1$ té almenys un punt de tall amb cada una de les funcions següents:

(a) e^{x-1}

(b) $\ln x + 3$

(c) $\sin x$

47 Donades les funcions $f(x) = x \sin x$ i $g(x) = \ln x$, justifica que existeix un punt de l'interval $[2, 3]$, on totes dues funcions prenen el mateix valor.

Solucions

- 4 (a) 8 (d) $+\infty$ (g) 1 (j) $1/2$ (m) $+\infty$
 (b) $3/8$ (e) $-\infty$ (h) $7/2$ (k) $-1/2$
 (c) $1/2$ (f) $+\infty$ (i) 1 (l) -1 (n) $1/2$

- 5 (a) $m = 2$ (b) $m = -1$ (c) $m = 3$ (d) $m \neq 4$ (e) $m = 1$ (f) $m = -\frac{1}{6}$

- 6 (a) 2 (b) $-\infty$ (c) $\frac{1}{2}$

- 7 (a) 1 (b) e^{-1} (c) 1 (d) 0 (e) $\sqrt{e}$ (f) $e^{-\frac{1}{2}}$

- 8 (a) $m = 2$ (b) $m = \frac{2}{7}$ 9 (a) 1 (b) 3 (c) $\frac{1}{3}$

10 El límit quan x tendeix a 0 val 3; el límit quan x tendeix a 1 val 1; els altres dos límits no existeixen.

- 11 (a) No existeix (d) $-\frac{1}{4}$ (g) $\frac{1}{6}$ (j) $4\sqrt{3}$ (m) $\frac{3}{4}$
 (b) $\frac{1}{5}$ (e) $\frac{4}{5}$ (h) 4 (k) $-\frac{1}{12}$ (n) 0
 (c) No existeix (f) No existeix (i) $\frac{1}{4}$ (l) -1 (o) 1

- 12 (a) $\frac{1}{3}$ (b) -3 (c) No existeix (d) 1 (e) 2 (f) 2

- 13 (a) $\frac{4}{7}$ (b) $-\frac{4}{7}$ (c) 0 (d) $-\frac{6(\sqrt{7}+8)}{57}$ (e) $-\infty$ (f) $+\infty$

- 14 (a) 1 (b) e^2 (c) $\frac{1}{4}$ 15 $m = -1$

- 16 (a) 1 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

- 17 (a) $\frac{2}{3}$ (b) -1 (c) No existeix (d) -4 (e) -2 (f) 1

- 18 (a) No existeix (b) $-\frac{5}{4}$ (c) -2 (d) $-\frac{4}{3}$ (e) -1 (f) -1

19 En els dos punts hi ha una discontinuïtat asimptòtica.

20 És contínua en els dos punts.

21 (a) En $x = 2$ i en $x = 3$ la funció té una discontinuïtat asimptòtica.

- (b) És contínua en tot el seu domini de definició. (c) És contínua en tot el seu domini de definició.
(d) És contínua en tot el seu domini de definició.

- 22 (a) En $x = 1$ hi ha una discontinuïtat asimptòtica.
(b) En $x = -1$ hi ha una discontinuïtat evitable; en $x = 3$ hi ha una discontinuïtat asimptòtica.
(c) En $x = 1$ hi ha una discontinuïtat evitable; en $x = -3$ hi ha una discontinuïtat asimptòtica.
(d) En $x = 0$ i en $x = 1$ hi ha una discontinuïtat asimptòtica.
- 23 La funció és contínua en tots els punts del seu domini excepte en $x = -1$, on hi ha una discontinuïtat de salt.
- 24 $a = \frac{9}{2}$
- 25 La funció és discontinua en els punts $x = -3$ i $x = -2$, que són discontinuïtats asimptòtiques.
- 26 En $x = -1$ la funció és discontinua i es tracta d'una discontinuïtat de salt. En $x = -4$ la funció és contínua.
- 27 Si $a = \frac{1}{2}$ la funció és contínua en $x = 0$.
- 28 La funció és contínua en tot $\mathbb{R}$ si $a = -9$ i $b = -7$.
- 29 Per a $k = 12$, la funció és contínua en tot $\mathbb{R}$.
- 30 La funció és contínua en tot $\mathbb{R}$ excepte en $x = 2$ en què presenta una discontinuïtat de salt.
- 31 (a) Discontinuitat evitable en $x = 2$ 32 Discontinuitat evitable en $x = 4$
- 33 34 (a) $m = -4$ (b) $m = 2$
- 35 (a) $a = 1$ i $b = 5$ (b) $a = -\frac{1}{2}$ i $b = -\frac{3}{2}$
- 36 Els beneficis d'aquesta empresa a molt llarg termini tendiran a estabilitzar-se en 5 milions d'euros.
- 37 La funció és contínua en tot el seu domini. No es pot saber què passa si la despesa de publicitat és superior a 8.000 €.
- 38 La funció és discontinua en els punts $x = 10$ i $x = 20$.
- 39 (a) $a = 4$ (b) Si compréssim molts litres el preu s'acostaria als 2 € el litre.
- 40 41 42 No 43 44 45 -2,6 46
- 47