

Trigonometria

- Mesura d'angles. Raons trigonomètriques d'un angle agut
- Relacions entre raons trigonomètriques
- Fòrmules trigonomètriques
- Equacions trigonomètriques
- Resolució de triangles

- **Mesura d'angles. Raons trigonomètriques d'un angle agut:**

El **sistema sexagessimal** divideix la circumferència en 360 graus, cada grau en 60 minuts i cada minut en 60 segons.

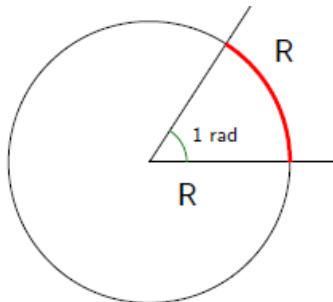
Llavors, per exemple: un angle de 54 graus, 34 minuts i 26 segons l'escriurem $54^{\circ}34'26''$.

Les calculadores identifiquen aquest sistema amb la tecla DEG.

El **sistema circular** pren com a unitat de mesura el radian i és la unitat escollida per mesurar angles en el Sistema Internacional d'unitats i mesures.

La circumferència queda dividida en 2π radians.

Les calculadores identifiquen aquest sistema amb la tecla RAD.



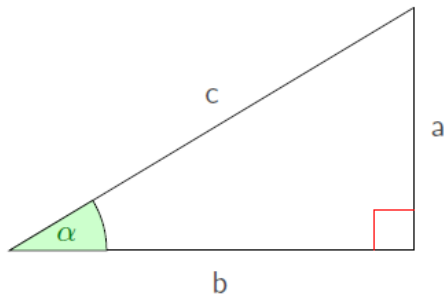
Donada una circumferència de radi R , anomenem radian l'angle tal que defineix un arc de la mateixa longitud que el radi de la circumferència.

L'equivalència entre radians i angles sexagessimals és **$\pi \text{ rad} = 180^{\circ}$**

Exemples de conversió d'angles:

1. Per passar 30° a radians fem:
2. Per passar $3\pi/2$ radians a graus sexagessimals fem:

En el triangle rectangle es defineixen les raons trigonomètriques de l'angle α de la forma:



A partir del sinus i el cosinus d'un angle es defineixen les següents raons trigonomètriques:

- **Relacions entre raons trigonomètriques:**

Una relació fonamental en trigonometria és la que lliga el sinus i el cosinus d'un angle qualsevol:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

a partir d'ella, dividint per $\sin^2 \alpha$, obtenim

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

és a dir

$$1 + \cotg^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha$$

I si dividim ara per $\cos^2 \alpha$, obtenim

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

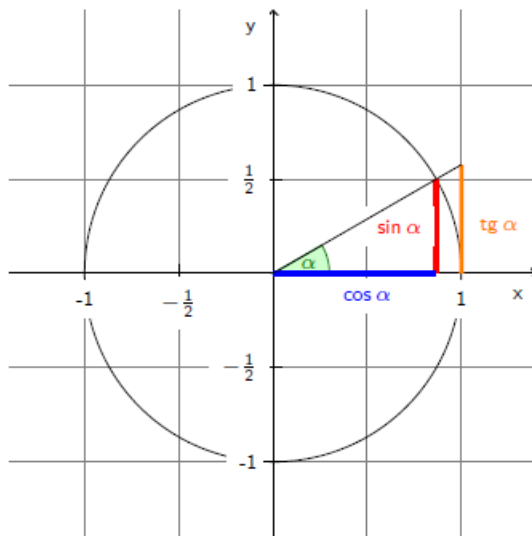
que es pot escriure com

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha$$

Atenció!

Cal tenir clar que quan escrivim $\sin^2 \alpha$ volem dir $(\sin \alpha)^2$. Convé especialment no confondre $\sin^2 \alpha$ amb $\sin \alpha^2$.

La circumferència goniomètrica:



La circumferència goniomètrica és una circumferència de radi 1 que es fa servir per estudiar les raons trigonomètriques dels angles. Donat un angle α , el sinus de α és l'alçada de la línia vermella. El cosinus de α és la mesura de la línia de color blau. La tangent de α apareix també representada en el dibuix.

Raons trigonomètriques de 0° , 30° , 45° , 60° i 90° :

És imprescindible conèixer les següents raons trigonomètriques:

	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Exercici 1: Sabent que $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ i que $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$, calcular les altres raons trigonomètriques.