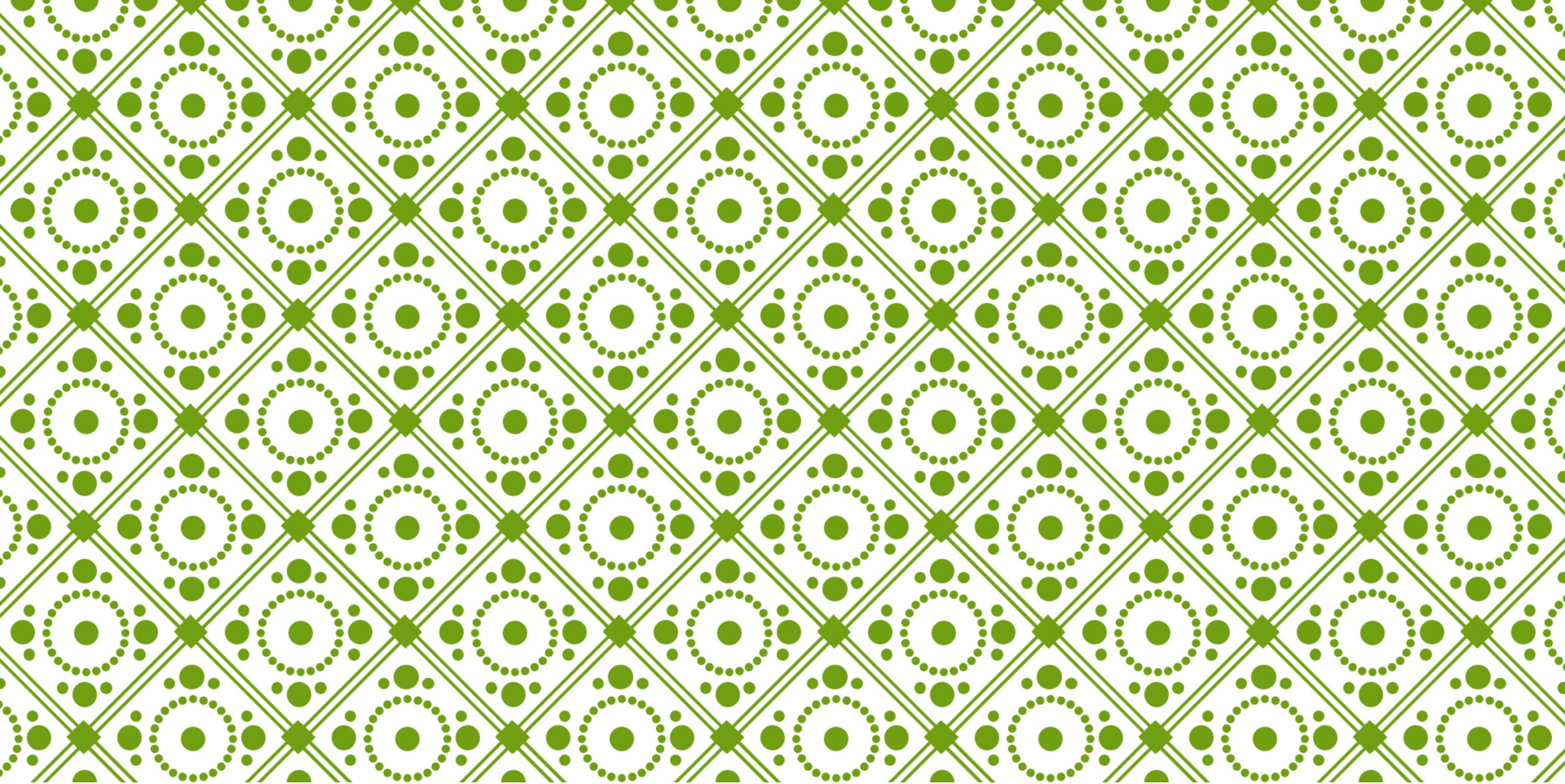




UNITAT 7. FORCES GRAVITATÒRIES I EN ELS FLUIDS

Física i Química 4t ESO

ÍNDEX

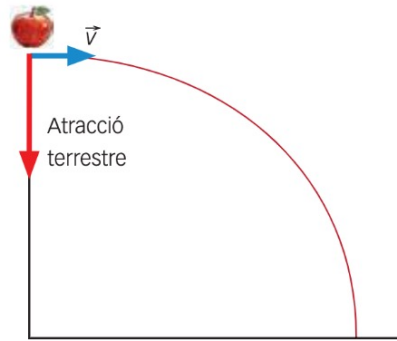
1. Llei de gravitació universal
2. Moviment dels planetes i els satèl·lits
3. La pressió
4. La pressió hidrostàtica
5. Propagació de la pressió en els fluids
6. Força d'empenyiment en cossos submergits
7. Densitat i flotabilitat

1. LLEI DE GRAVITACIÓ UNIVERSAL

Experiment de Newton



Si es deixa anar un objecte, aquest cau atret per la Terra. Aquest moviment de caiguda lliure el causa la força gravitatòria terrestre.



Si llancem la poma paral·lelament al terra, l'atracció de la força gravitatòria terrestre fa que caigui a una certa distància. El cos descriu una semiparàbola.



Newton va pensar que si la llançava paral·lela al terra amb una velocitat prou gran, la poma descriuria una trajectòria circular al voltant de la Terra.

El Sol exerceix sobre els planetes una força d'atracció gravitatòria que és la responsable del fet que els planetes girin al seu voltant.

No és un moviment circular exacte (MCU) però ho aproximem

Passaria el mateix amb els satèl·lits, tot són atrets per la **força centrípeta** del planeta
Força cap al centre del planeta

1. LLEI DE GRAVITACIÓ UNIVERSAL

Tots els cossos s'atreuen mútuament amb una força que és directament proporcional al producte de les seves masses i inversament proporcional al quadrat de la distància que les separa.

$$F_G = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$$

Constant de gravitació universal en el SI

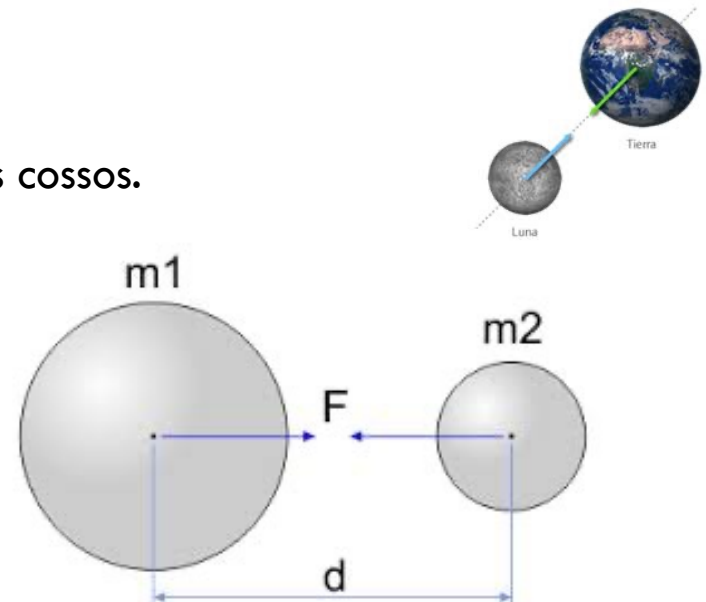
$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

És una magnitud vectorial:

- La distància es representa entre els seus centres.
- La direcció coincideix amb la línia que uneix els dos cossos.
- El sentit és d'un cos cap a l'altre.

Són forces iguals però de sentit contrari

L'efecte sobre el moviment dependrà de la massa de cada cos



1. LLEI DE GRAVITACIÓ UNIVERSAL

El pes i l'acceleració de la gravetat

El pes és la força d'atracció gravitatòria que exerceix un cos celeste sobre els cossos que té a prop.

$$P = m \cdot g$$

$$F_G = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$$

igualem

$$g = G \cdot \frac{M}{d^2}$$

Depèn de la massa del cos celeste

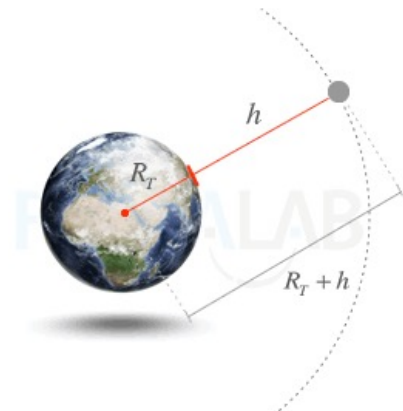
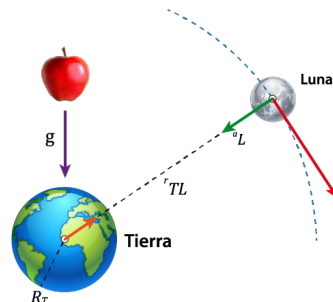
Si el cos es troba sobre la superfície del cos celeste (planeta) la distància correspon al radi del planeta.

- Si està a certa altura (h) s'hauria de sumar al radi.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

$$M_{\text{terra}} = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_{\text{terra}} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$$



RECORDATORI. MOVIMENT CIRCULAR UNIFORME (MCU)

És el moviment on la trajectòria és una circumferència i **|velocitat|** constant.

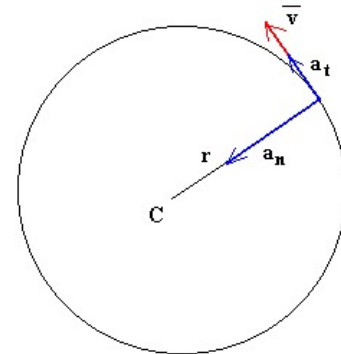
ACCELERACIÓ EN EL MCU

Mòdul **|velocitat|** constant, però diferent direcció sempre **tangent** a la trajectòria.

Acceleració tangencial $a_t = 0 \text{ m/s}^2$

[Simulació MCU](#)

$$\text{Acceleració normal } a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega \cdot R)^2}{R} = \omega^2 \cdot r \text{ (rad/s}^2\text{)}$$



MOVIMENT PERIÒDIC

Perquè es repeteix en el temps

Període (T). Temps (s) que triga el moviment en repetir-se

1 gir complet

Freqüència (f). Nombre de vegades que es repeteix el moviment.
Unitats: (s⁻¹) o hertz (Hz)

Girs per segon

$$T = \frac{1}{f}$$

inversament proporcionals

$$f = \frac{1}{T}$$

2. MOVIMENT DELS PLANETES I SATÈL·LITS

Força centrípeta i força gravitatòria

Per a un satèl·lit que orbita al voltant d'un planeta, la seva acceleració centrípeta coincideix amb el valor de g .

$$F_G = P = m_s \cdot g$$

$$F_G = F_c$$

$$F_G = G \cdot \frac{M_T \cdot m_s}{r^2}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m_s}}{r^2} = \cancel{m_s} \cdot \frac{v^2}{r}$$

Parlem de radi per l'òrbita circular, en compte de distància!

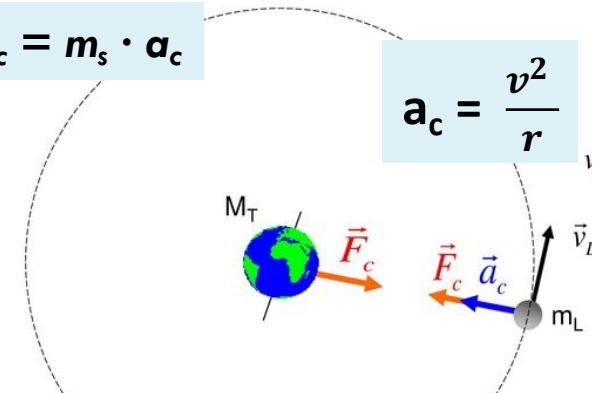
$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$$

Gira a velocitat constant

$$r = R_T + h$$

$$F_c = m_s \cdot a_c$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$



$$v = \frac{\text{espai recorregut}}{\text{temps transcorregut}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

Si substituïm les dades de la velocitat podem relacionar-la amb la força gravitatòria i trobar el temps de rotació o període (T) expressat en segons.

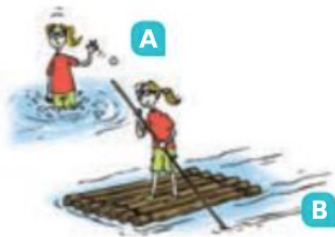
$$\text{Distància (r)} = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{(2\pi)^2}}$$

$$\text{Període (T)} = \sqrt{\frac{(2\pi)^2 \cdot r^3}{G \cdot M_T}}$$

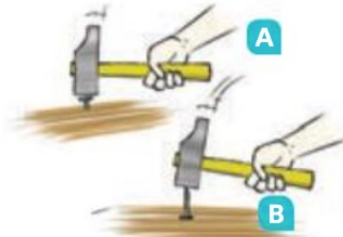
3. LA PRESSIÓ

És la magnitud que mesura la força per unitat de superfície. És escalar, i en el SI es mesura en pascals. (**Pa**). La força que s'exerceix és perpendicular a la superfície.

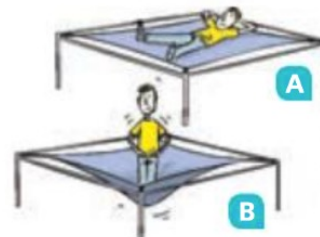
$$p = \frac{F}{S} ; 1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2}$$



La força aplicada en els dos casos és el pes de la noia.



El cop del martell aplica la força sobre el clau.



El pes del noi és la força aplicada al llit elàstic.



El pes d'una persona és la força aplicada en els dos casos.

$$d = \frac{m}{V}$$

4. LA PRESSIÓ HIDROSTÀTICA

És la pressió que exerceix un fluid en repòs en el seu interior. Depèn de la **densitat del fluid** i de la **profunditat** a la qual la mesurem.

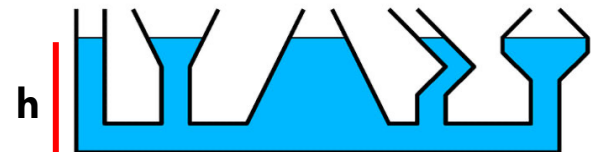
$$P = \frac{F}{S} = \frac{P_{es\ fluid}}{S} = \frac{m \cdot g}{S} = \frac{d \cdot V \cdot g}{S} = \frac{d \cdot \cancel{S} \cdot h \cdot g}{\cancel{S}}$$

$$p = d_{\text{fluid}} \cdot h \cdot g$$

Aquesta expressió és vàlida tant per a **líquids** com per a **gasos** (fluids els dos). En els líquids la densitat és manté constant en tots els punts, però en els gasos la seva densitat varia amb l'altura.

Principi fonamental de la hidrostàtica

Dos punts que es troben submergits en un fluid a la mateixa altura estan sotmesos a la mateixa pressió. La forma del recipient no depèn de l'altura.



4. LA PRESSIÓ HIDROSTÀTICA

PRESSIÓ ATMOSFÈRICA

És la pressió que exerceix l'atmosfera sobre un cos que hi està immers. El seu valor depèn de l'altura del cos sobre el nivell del mar i de la temperatura.

<https://ed.ted.com/lessons/the-history-of-the-barometer-and-how-it-works-asaf-bar-yosef>

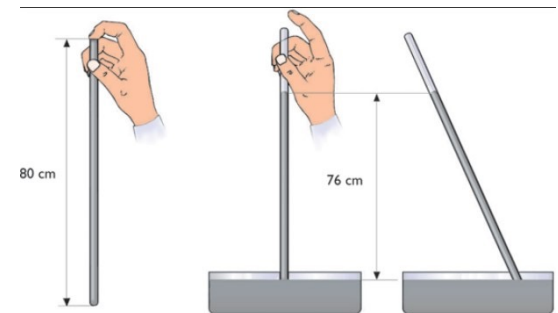
$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 0,76 \text{ m} \cdot 13.600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{9,8 \text{ m}}{\text{s}^2} = 101.300 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 101.300 \text{ Pa}$$

Pressió total absoluta

És la suma de la pressió que exerceix el líquid sobre el cos més la pressió atmosfèrica.

$$p_{\text{fluid}} + p_{\text{atmosfèrica}} = p_{\text{fluid}} + 101.300 \text{ Pa}$$



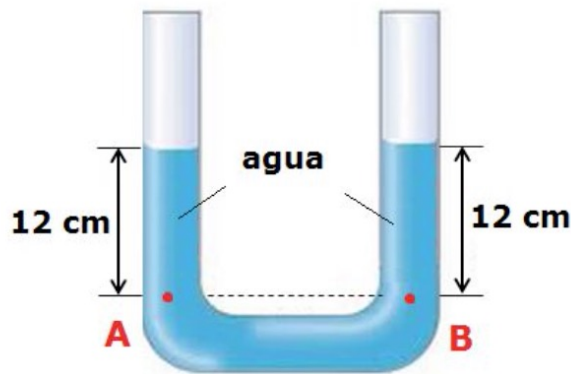
4. LA PRESSIÓ HIDROSTÀTICA

VASOS COMUNICANTS

Estan comunicats per la base i al afegir un líquid, aquest es distribueix per tots els recipients assolint un mateix nivell.

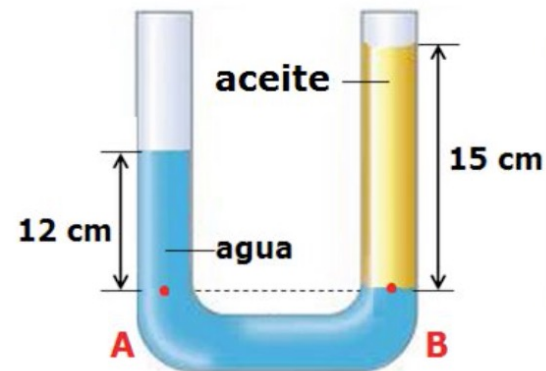
Tub en forma de U

Mateix líquid



Pressió als punts
A i B és la
mateixa

Líquids no miscibles



Assoleixen una altura diferent perquè tenen una densitat diferent i s'ha de mantenir la pressió als punts A i B

$$\cancel{d_A \cdot h_A \cdot g} = \cancel{d_B \cdot h_B \cdot g}$$

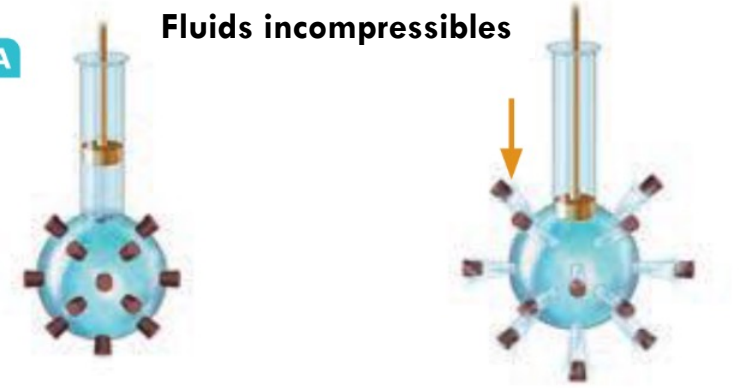
$$d_A \cdot h_A = d_B \cdot h_B$$

5. PROPAGACIÓ DE LA PRESSIÓ EN ELS FLUIDS

PRINCIPI DE PASCAL

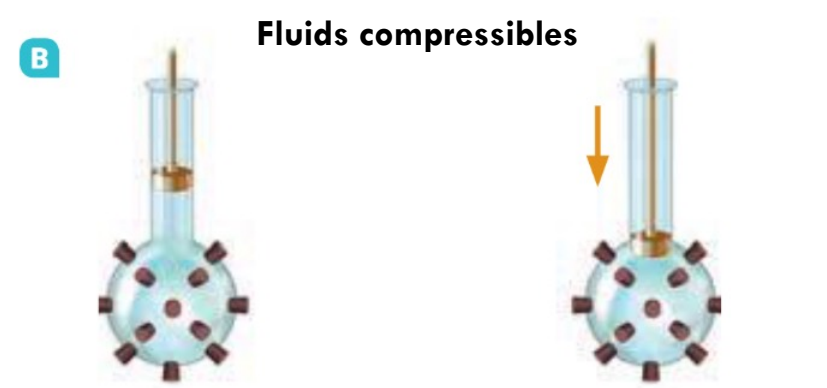
La pressió exercida en un punt d'un fluid incompressible es transmet íntegrament en totes direccions i a tots els punts del fluid.

A Fluids incompressibles



1. Col·loca taps a tots els orificis de l'ampolla de Pascal i omple-la d'aigua.
2. Introdueix-hi l'èmbol amb força fins que arribi a l'aigua.

B Fluids compressibles



1. Repeteix l'experiència, però només amb aire a l'interior de l'ampolla de Pascal.
2. Fes baixar l'èmbol amb força fins que arribi a la part esfèrica.

Fluids incompressibles. La densitat és constant per tot el fluid → la majoria de líquids

Fluids compressibles. La densitat varia al llarg del fluid quan s'intenten comprimir

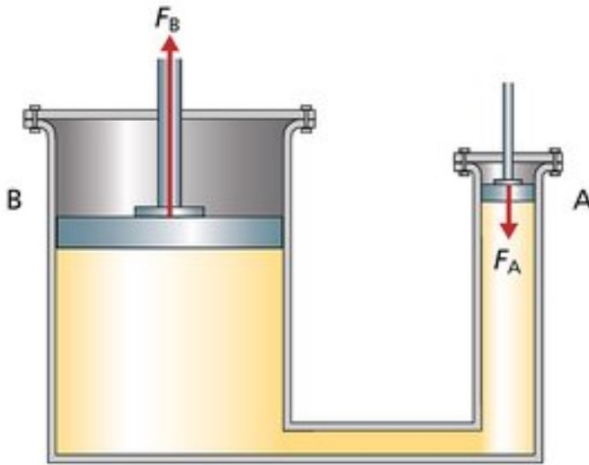
5. PROPAGACIÓ DE LA PRESSIÓ EN ELS FLUIDS

PREMSA HIDRÀULICA

Consisteix en dos cilindres d'èmbol connectats entre si, un dels quals té una secció molt més gran que la de l'altre, i amb un fluid incompressible a l'interior

$$p_A = p_B$$

$$p_B = \frac{F_B}{S_B}$$



$$p_A = \frac{F_A}{S_A}$$

$$\frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}$$

Permet obtenir una força molt més gran que la que s'aplica

$$p = \frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B} \longrightarrow F_B = \frac{S_B}{S_A} \cdot F_A \xrightarrow{\text{Si } S_B > S_A} F_B > F_A$$

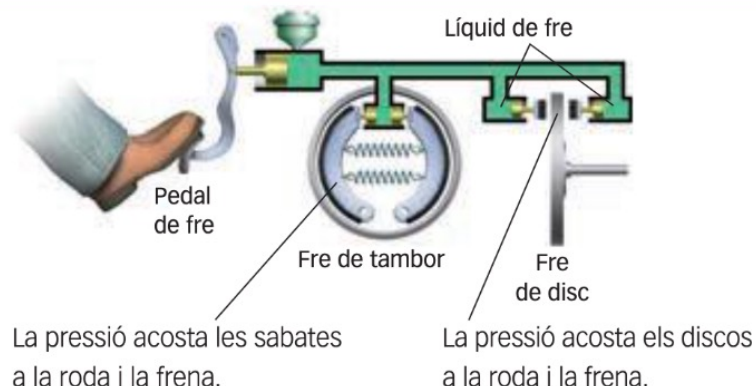
5. PROPAGACIÓ DE LA PRESSIÓ EN ELS FLUIDS

ALTRES APLICACIONS

Frens hidràulics

Quan trepitgem el fre exercim una força amb el peu al pedal. Aquest la transmet a un èmbol de secció petita que es mou dins d'un pistó. Aquesta força crea una pressió a l'interior del líquid de frens i el fluid transmet la pressió gairebé instantàniament en totes direccions.

Com que tenim col·locat un altre pistó amb l'èmbol corresponent a l'altre extrem del circuit hidràulic, la força aplicada serà amplificada en aquest punt.



Màquines hidràuliques



Una excavadora és un exemple de màquina que utilitza sistemes hidràulics per fer moure diferents parts de la seva estructura.

Transmissió de direcció



La direcció assistida utilitza un sistema hidràulic per facilitar el moviment de les rodes cap als dos costats.

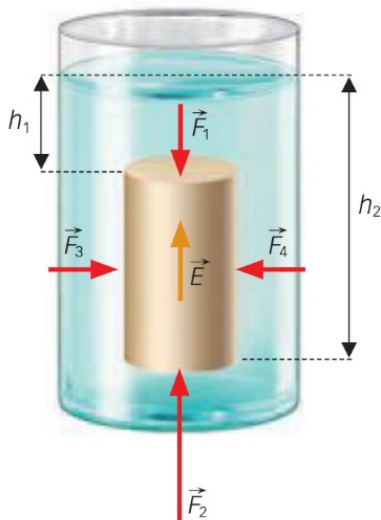
6. FORÇA D'EMPENYIMENT EN COSSOS SUBMERGITS

PRINCIPI D'ARQUIMEDES

Tot cos submergit en un fluid experimenta un empenyiment vertical i cap amunt igual al pes del fluid desallotjat.

LA FORÇA D'EMPENYIMENT

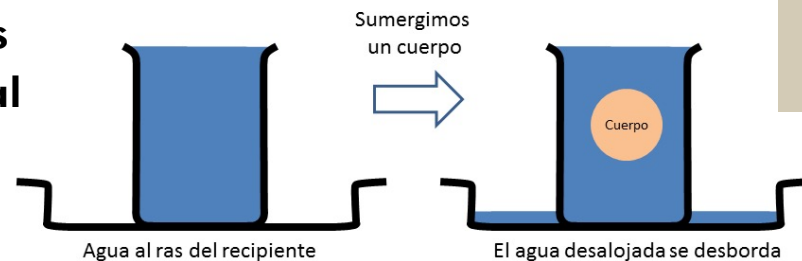
Que experimenta un cos submergit en un fluid és deguda a la diferència de la pressió hidrostàtica entre la part superior i la part inferior.



Empenyiment és una força igual al pes del fluid

$$E = m_{\text{fluid desallotjat}} \cdot g$$

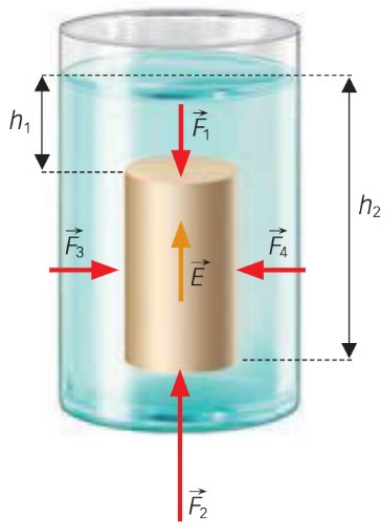
$$m_{\text{fluid desallotjat}} = d \cdot V_{\text{fluid desallotjat}}$$



$$d = \frac{m}{V}$$

$$V_{\text{cos submergit}} = V_{\text{fluid desallotjat}}$$

$$E = d_{\text{fluid}} \cdot V_{\text{fluid desallotjat}} \cdot g$$



Expressió matemàtica de la força d'empenyiment

Per calcular F_1 i F_2 recordem que:

$$p = \frac{F}{S} \rightarrow F = p \cdot S \rightarrow F = d_{\text{fluid}} \cdot g \cdot h \cdot S$$

$$E = F_2 - F_1 = d_{\text{fluid}} \cdot g \cdot h_2 \cdot S - d_{\text{fluid}} \cdot g \cdot h_1 \cdot S = E = d_{\text{fluid}} \cdot g \cdot \underbrace{(h_2 - h_1)}_h \cdot S$$

Per tant, $E = d_{\text{fluid}} \cdot g \cdot h \cdot S$. [1]

Com que $V_{\text{cos}} = S \cdot h \rightarrow h = \frac{V_{\text{cos}}}{S}$. Substituïm a [1]:

$$E = d_{\text{fluid}} \cdot g \cdot \frac{V_{\text{cos}}}{\cancel{S}} \cdot \cancel{S} \rightarrow E = d_{\text{fluid}} \cdot g \cdot V_{\text{cos}}.$$

Si tenim en compte que un cos que està completament submergit desplaça un volum de fluid igual al seu:

$$V_{\text{cos submergit}} = V_{\text{fluid desplaçat}} \rightarrow E = d_{\text{fluid}} \cdot g \cdot V_{\text{fluid desplaçat}}$$

Com que $d_{\text{fluid}} = \frac{m_{\text{fluid}}}{V_{\text{fluid}}}$, l'expressió per a l'empenyiment queda:

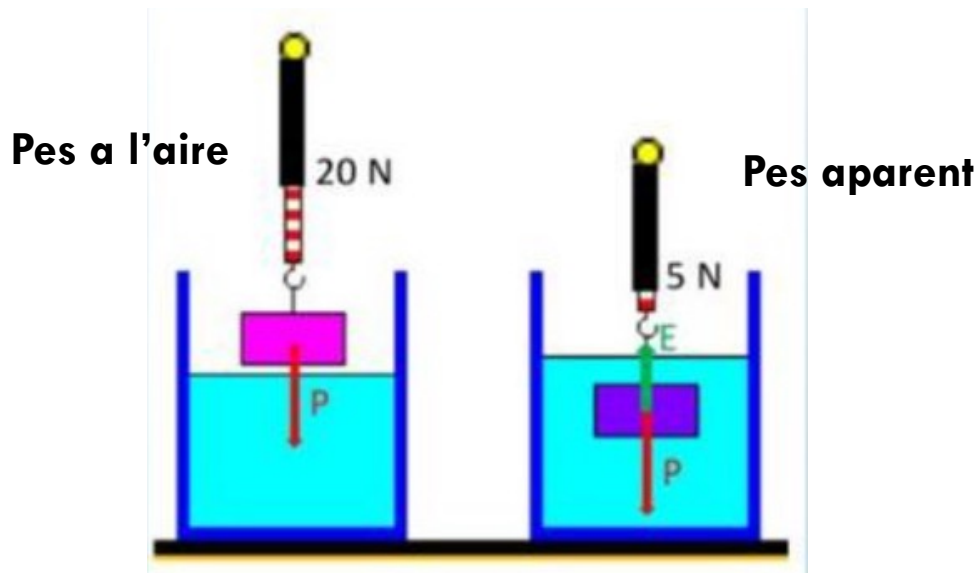
$$E = \frac{m_{\text{fluid}}}{V_{\text{fluid}}} \cdot g \cdot V_{\text{fluid}} = m_{\text{fluid}} \cdot g \rightarrow E = P_{\text{es fluid desplaçat}}$$

Mesurant la força d'empenyiment es pot conèixer la densitat del fluid, si coneixem el volum submergit del cos o del fluid desplaçat.

6. FORÇA D'EMPENYIMENT EN COSSOS SUBMERGITS

PES APARENT

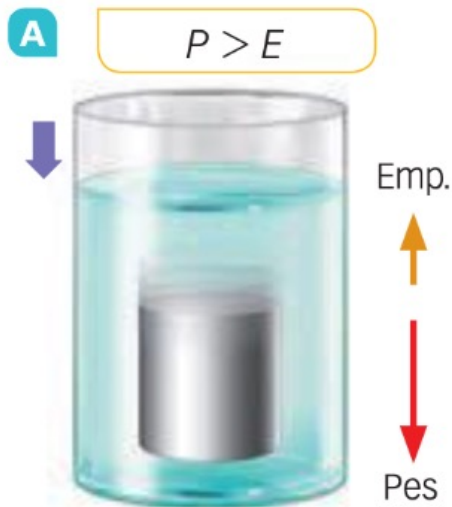
És el valor del pes mesurat amb un dinamòmetre un cos submergit en un fluid que està sotmès a la força de l'empenyiment del fluid.



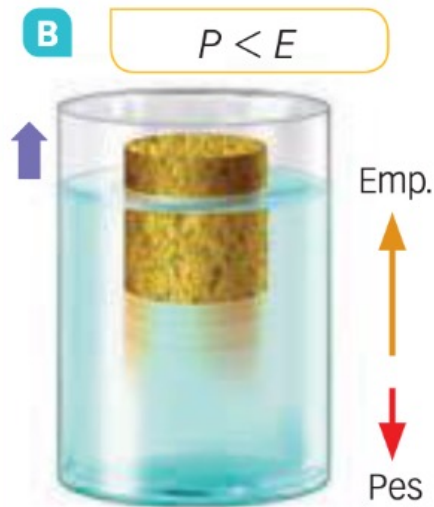
$$E = P_{\text{aire}} - P_{\text{aparent}}$$

7. DENSITAT I FLOTABILITAT

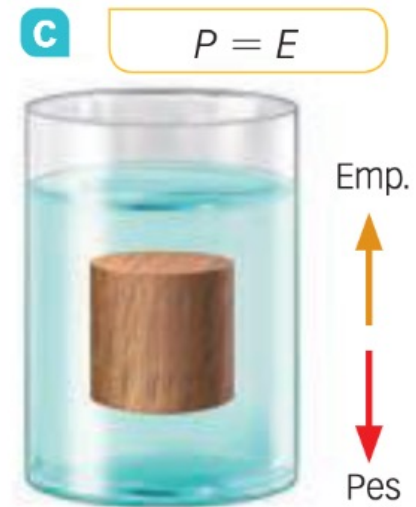
DIFERENTS CASOS DE FLOTABILITAT



Si el pes és més gran que l'empenyiment, el cos s'enfonsa.



Si el pes és més petit que l'empenyiment, el cos puja.



Si el pes és igual que l'empenyiment, el cos es manté en equilibri.

Quan un cos sura pot estar més o menys submergit. La part submergida serà tal, que l'empenyiment causat pel fluid desallotjat equilibri el pes del cos. $P_{\text{cos}} = E_{\text{fluid (volum cos submergit)}}$

$$V_{\text{cos submergit}} = V_{\text{fluid desallotjat}}$$

6. Un iceberg té un volum $V = 75\,000\text{ m}^3$. Quin és el volum de la porció que emergeix sobre el nivell del mar?

Densitat de l'aigua de mar: $\rho_1 = 1030\text{ kg m}^{-3}$.

Densitat del gel: $\rho_2 = 900\text{ kg m}^{-3}$.

$$P_{\text{cos}} = E_{\text{fluid}} \text{ (volum cos submergit)}$$

El pes de l'iceberg és: $P = m g = \rho_2 V g$.

És a dir: $P = 900\text{ kg m}^{-3} \cdot 75\,000\text{ m}^3 \cdot 9,8\text{ ms}^{-2} = 661\,500\,000\text{ N}$

L'empenyiment, E , és igual al pes de l'aigua desallotjada per la porció submergida: $E = \rho_1 V_S g$

en què V_S és el volum de la porció submergida.

Per tant: $E = 1030\text{ kg m}^{-3} \cdot V_S \cdot 9,8\text{ ms}^{-2}$

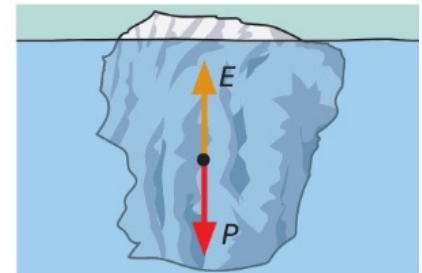
Però en qualsevol cos que flota en equilibri, el pes del cos és igual a l'empenyiment, E :

$$900\text{ kg m}^{-3} \cdot 75\,000\text{ m}^3 \cdot 9,8\text{ ms}^{-2} = 1030\text{ kg m}^{-3} \cdot V_S \cdot 9,8\text{ ms}^{-2}$$

Aïllant V_S obtenim: $V_S = 65\,534\text{ m}^3$.

El volum de la porció que sobresurt serà: $75\,000\text{ m}^3 - 65\,534\text{ m}^3 = \mathbf{9466\text{ m}^3}$

Si ens pregunten el que emergeix hem de fer la resta del total!



LLEI DE GRAVITACIÓ UNIVERSAL

Activitats – pàg. 186 a 192

5. La Lluna és el satèl·lit de la Terra i gira al seu voltant descrivint una òrbita gairebé circular de 384.400 km de radi. Tenint en compte les dades que s'indiquen, comprova que la Lluna fa una volta sencera al voltat de la Terra cada 27,3 dies. Dada: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, $M_{\text{terra}} = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ i $M_{\text{lluna}} = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$.
6. Calcula el valor de la força d'atracció gravitatòria entre dues noies de 60 i 55 kg separades una distància de 2 m. Dada: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$. [R: $5,502 \cdot 10^{-11} \text{ N}$]
7. Quina ha de ser la massa d'un cos perquè, trobant-se a 2 m d'un noi de 60 kg, l'atregui amb una força d' 1 N. Dada: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ [R: $1 \cdot 10^9 \text{ kg}$]
9. Sabent que la distància mitjana de la Terra a la Lluna és de $3,84 \cdot 10^5 \text{ km}$, calcula. Dada: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, $M_{\text{terra}} = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ i $M_{\text{lluna}} = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$.
- La força amb què s'atrauen la Terra i la Lluna. [R: $1,98 \cdot 10^{20} \text{ N}$]
 - Dibuixa el sistema de forces entre els planetes.
 - L'acceleració que aquesta força comunica a la Terra i a la Lluna. Explica, basant-se en això, per què la Lluna gira al voltant de la Terra i no a l'inrevés. [R: $3,32 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$ i $2,7 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$]

LLEI DE GRAVITACIÓ UNIVERSAL

Activitats – pàg. 186 a 192

11. Una pilota de 600 g, suspesa a 2 m del terra de Mart, pesa 2,3 N. Calcula. Dada: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

a. El valor de la gravetat a Mart. **[R: 3,83 m/s²]**

b. La massa de Mart si la seva forma és aproximadament una esfera de $3,38 \cdot 10^6$ metres de radi. **[R: 6,565·10²³ kg]**

12. La Terra tarda 365,24 dies a recórrer la seva òrbita al voltant del Sol. Tenint en compte les dades que s'indiquen, calcula la distància mitjana entre la Terra i el Sol. Dada: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ $M_{\text{sol}} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$. **[R: 1,496·10¹¹m]**

13. L'Estació Espacial Internacional orbita la Terra a uns 400 km sobre la seva superfície. Quant tarda a fer una volta al voltant de la Terra?. Dada: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, $M_{\text{terra}} = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ i $R_{\text{terra}} = 6.370 \text{ km}$. **[R: 5546,42 s]**