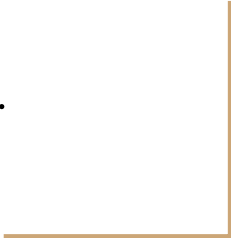




El moviment ondulatori (continuació)

Ones
Interferències i so.



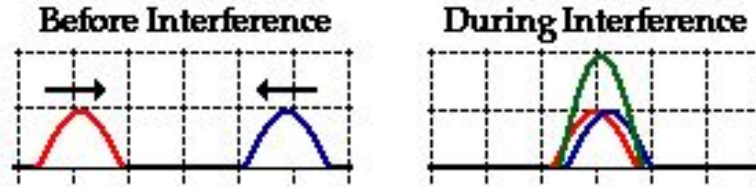
Les interferències

Són una característica del moviment ondulatori.

Es produeixen quan dues ones d'idèntica naturalesa coincideixen en una regió de l'espai en el mateix instant de temps.

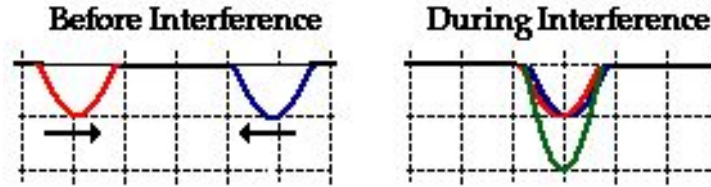
Tipus d'interferència:

1) constructiva:

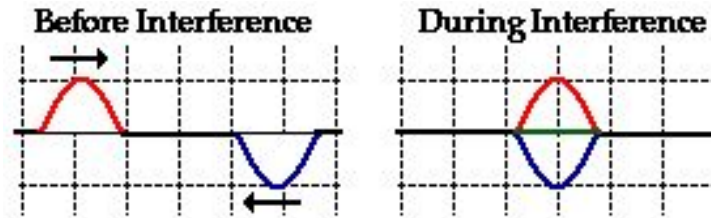


$$y_T = 2A$$

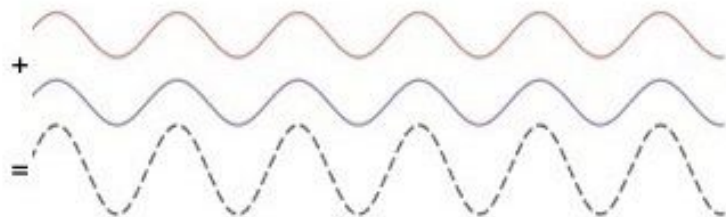
1) constructiva



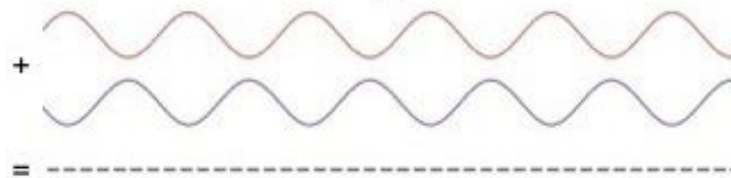
2) destructiva



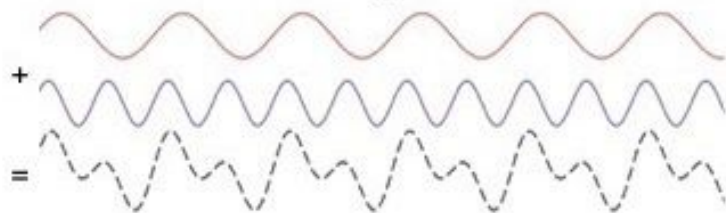
$$y_T = 0$$

A

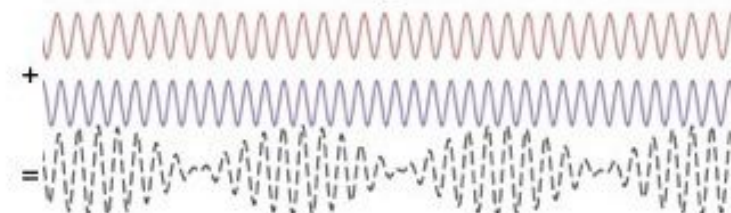
Constructive interference
same frequency and amplitude aligned
peak to peak

B

Destructive interference
same frequency and amplitude aligned
peak to trough

C

Addition of two different frequency
waves

D

Beats
Addition of two waves with slightly
different frequencies

Tractament matemàtic

Suposarem que les fonts són **coherents** , és a dir, que les ones que interfereixen tenen igual f , λ i A .

Segons el *principi de superposició*, l'ona resultat l'escriurem com:

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$

On l'ona resultant és la suma de les dues ones incidents a cada punt del medi.

Vegeu https://phet.colorado.edu/sims/html/waves-intro/latest/waves-intro_en.html

Tractament matemàtic

En els següents vídeos s'observa la superposició de dues ones amb desfassaments diferents: $\pi/2$; 0 ; π rad respectivament:

[90.mp4](#)

[0.mp4](#)

[180.mp4](#)

Condicions d'interferència

Condió per una interferència constructiva:

$$r_2 - r_1 = n \cdot \lambda \quad n \in \mathbb{Z}$$

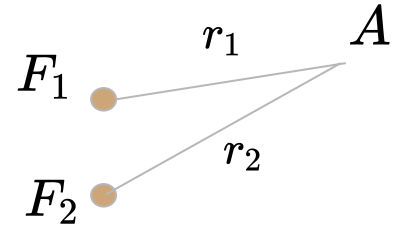
on r_1 i r_2 són els camins de l'ona 1 i la 2 respectivament.
(per ones esfèriques són com radis, podrien ser denotats amb x o y)

Per comprovar aquestes condicions, convé fer un dibuix d'aquestes situacions per n petit

Condió per una interferència destructiva:

$$r_2 - r_1 = (2n + 1) \cdot \lambda/2 \quad n \in \mathbb{Z}$$

on r_1 i r_2 són els camins de l'ona 1 i la 2 respectivament.



Exercici exemple

Dues fonts coherents d'ones de freqüències 2 Hz estan separades una distància de 25 cm. L'ona emesa per un focus tarda 5 s a arribar a l'altre focus.

a) Al punt P, que dista 32,52 cm del focus 1 i 14,43 cm del focus 2, trobem:

- A) interferència constructiva
- B) interferència parcialment constructiva/destructiva
- C) interferència destructiva

b) Al punt Q, que dista 17,52 cm del focus 1 i 6,27 cm del focus 2, quin tipus d'interferència trobem?

Solució

Dades:

$$\Delta x = 0,25m \quad v = \Delta x / \Delta t = 0,05m/s$$

$$\Delta t = 5s$$

$$f = 2Hz \quad \lambda = v / f = 0,025m$$

a)

$$|r_2 - r_1| = 0,181m$$

$$\frac{|r_2 - r_1|}{\lambda} = 0,724$$

→ no és interferència constructiva ni destructiva (no és enter)

b) $|r_2 - r_1| = 11,25m$

$$|r_2 - r_1|/\lambda = 450$$

$$\boxed{r_2 - r_1 = n \cdot \lambda}$$
$$n \in \mathbb{Z}$$

→ és un enter → compleix la condició d'interferència constructiva.

Exercici 1

Discutiu, en els casos següents, com serà l'estat de vibració d'un punt que és a unes distàncies r_1 i r_2 de dos focus emissors d'ones, tenint en compte que entre aquests hi ha una separació de 12 cm i 3 longituds d'ona:

- A. $r_1 = 6cm, r_2 = 18cm$
- B. $r_1 = 12cm, r_2 = 9cm$
- C. $r_1 = 11,75cm, r_2 = 17,25cm$
- D. Feu un esquema que representi la interferència.

Solució exercici 1

Igual que a l'exemple,

$$\lambda = 12\text{cm}/3 = 4\text{cm}$$

$$r_2 - r_1 = n \cdot \lambda$$

$$r_2 - r_1 = (2n + 1) \cdot \lambda/2$$

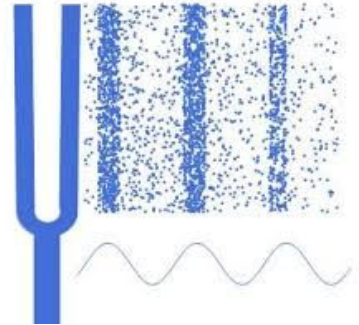
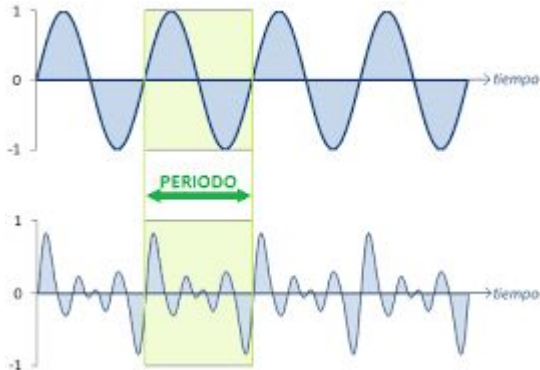
- a) $|r_2 - r_1|/\lambda = 3(\text{enter}) \rightarrow$ interferència constructiva. Estat de vibració màxim
- b) $|r_2 - r_1|/\lambda = 0,75 \rightarrow$ interferència no és constructiva (n no és enter). Cal veure si és destructiva. Fem igual que a c) i veiem que és parcial ja que no satisfà cap de les dues condicions imposades.
- c) $|r_2 - r_1|/\lambda = 11/2 \rightarrow$ no és constructiva. Vegem si és destructiva:
 $11/2 = (2n + 1) \cdot \lambda/2$
 $11 = (2n + 1) \cdot \lambda$ $11/3 = (2n + 1) \rightarrow$ tampoc és destructiva. No hi ha cap n enter que ho satisfaci És parcialment constructiva (parcial)

El so

El so és una ona mecànica longitudinal. Es pot transmetre a través de sòlids, líquids i gasos. La velocitat del so en l'aire és d'aprox. $v_{so} = 340 \text{ m/s}$.

Un so pur simple (ex. diapasó) conté una única freqüència (es pot descriure amb una única ona harmònica).

Un so complex conté una combinació de freqüències. (suma d'ones amb diferents freqüències).

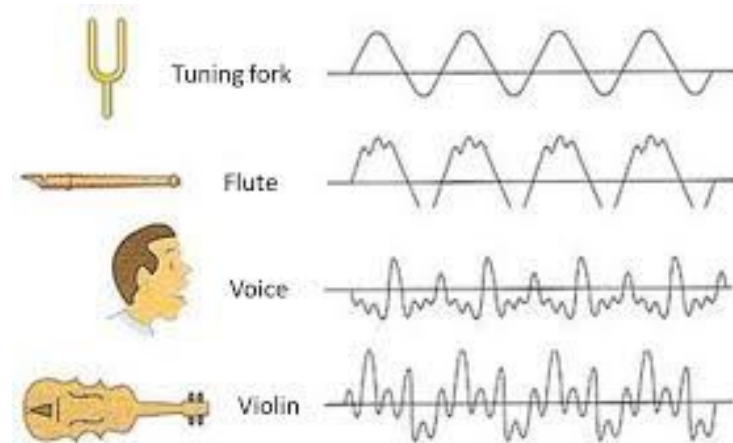


Propietats del so:

- El **to**: freqüència del primer harmònic. Diferenciem, per exemple, entre infrasons (to d'una balena, f baixa) dels ultrasons (to d'un ratpenat o dofí, f elevada)
- El **timbre** : correspon a l'espectre de freqüències ,
permet diferenciar els instruments.

La **intensitat**: relacionada amb l'amplitud de l'ona, que percebem com a volum del so.

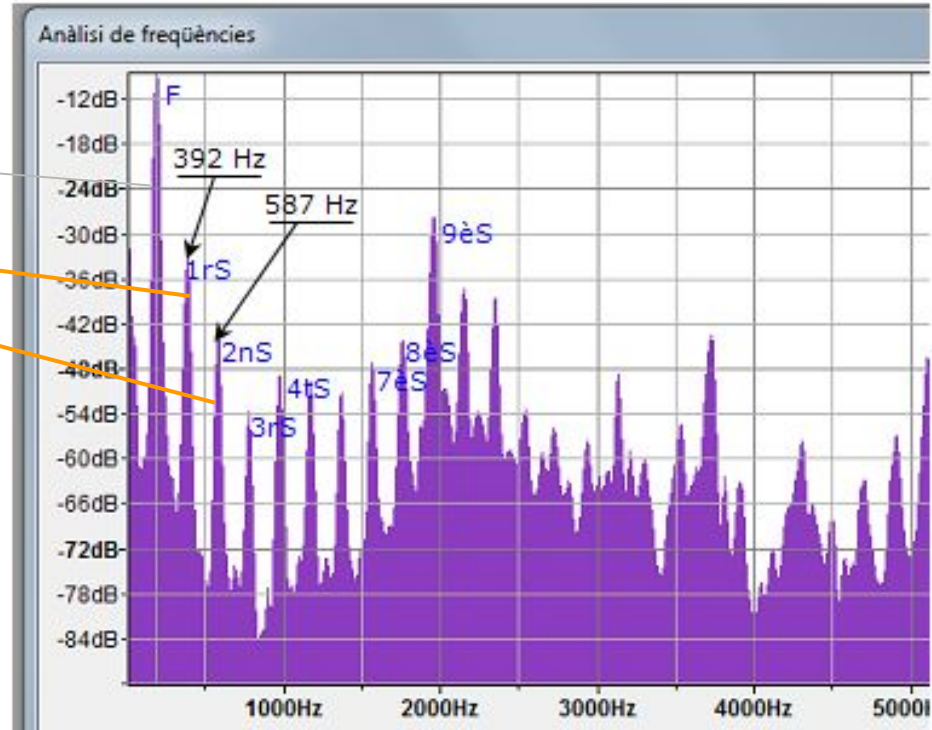
Exs timbres diferents:



Espectre de freqüències d'un so

so fonamental

harmònics següents
(múltiples del
fonamental)



Energia i intensitat d'un moviment ondulatori

En una ona es transmet energia (no matèria). Segons el principi de conservació de l'energia (despreçant el fregament), sabem que

$$E = E_c + E_p = \text{const}$$

Considerant les partícules del medi com oscil·ladors harmònics, sabem que l'energia cinètica es transforma en energia potencial periòdicament, i viceversa. Així, podem escriure

$$E = E_{cmax} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}m(A\omega)^2$$

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}m(A\omega)^2 = \frac{1}{2}m(A \cdot 2\pi f)^2 \\ &= \frac{1}{2}mA^2 4\pi^2 f^2 \end{aligned}$$

Així, l'**energia transmesa per l'ona** (E de les partícules que oscil·len) queda:

$$E = 2m\pi^2 f^2 A^2$$

Energia i intensitat d'un moviment ondulatori

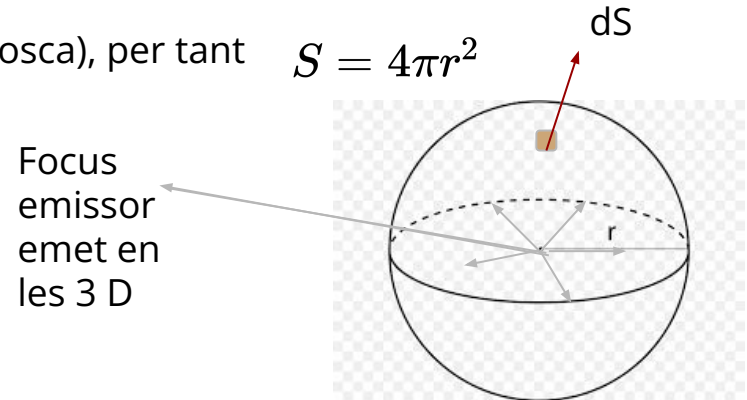
La *intensitat d'energia transmesa* ***I*** és la quantitat d'energia ***E*** que es transmet durant un interval de temps **Δt** , a través de la unitat de superfície ***S*** perpendicular a la direcció de propagació:

$$I = \frac{E}{S\Delta t} = \frac{P}{S}$$

Unitats del SI: $\frac{W}{m^2}$

En general, *S* farà referència a la superfície d'una esfera (closca), per tant $S = 4\pi r^2$

(el so es propaga com una ona esfèrica en 3 D)



Energia i intensitat d'un moviment ondulatori

En el cas del so, hem de tenir en compte la sensibilitat de l'oïda humana.

Hi ha un *llindar mínim d'audició*, sota del qual no percebem cap so: l'anomenada **intensitat llindar**, que correspon a una $f = 1000 \text{ Hz}$

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

El valor extrem que pot aguantar l'oïda humana s'anomena *llindar de dolor* i correspon a una intensitat a una $f = 1000 \text{ Hz}$:

$$I = 1 \text{ W/m}^2$$

La intensitat de so que percebem no és proporcional a la intensitat sonora que emet un focus. És per això que es defineix una nova magnitud, el **nivell d'intensitat sonora**

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

on I_0 és una intensitat de referència, normalment la intensitat llindar.

Unitats de β : dB (decibel)

Exercici exemple

En condicions normals, l'oïda humana no pot percebre amb claredat sons que tenen una intensitat d'energia d'aproximadament 10^{-12} W/m^2 (intensitat llindar), mentre que a partir d'una intensitat d' 1 W/m^2 es comença a tenir una sensació de dolor. La sirena d'una alarma emet un so tan potent que a 1 cm d'ella la intensitat sonora és tan gran que produeix la sensació de dolor.

- a) Expresseu aquests valors extrems en decibels.
- b) A quina distància de la sirena es rep el so més dèbil?
- c) Determineu la potència que emet la sirena, i l'energia emesa en una hora.

Solució

a) Si $I = I_0$, llavors $B_0 = 10 \log \frac{I}{I_0} =$ si $I = I_{\max}$ $B_1 = 10 \log \frac{I}{I_0} =$

$$= 10 \log \frac{10^{-12}}{10^{-12}} = 10 \log 1 = 0 \text{ dB}$$
$$= 10 \log \frac{1}{10^{-12}} = 10 \log 10^{12} = 120 \text{ dB}$$

- b) Per trobar la distància en què la sirena es rep més dèbil, l'expressió que ens relaciona la intensitat amb la distància és la de $I = P/S$, on $S = 4\pi r^2$ (superfícies esfèriques). Sabem que com que no es perd energia, la potència de so ha de ser la mateixa al llarg del temps (l'energia es conserva), per tant:

$$P = I \cdot S;$$

$$P_1 = P_2$$

$$I_1 \cdot S_1 = I_2 \cdot S_2$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \rightarrow \frac{1}{10^{-12}} = \frac{r_2^2}{(10^{-2})^2} \rightarrow$$

$$r_2 = 10^{-2} \cdot \sqrt{10^{12}} = 10^4 \text{ m} = 10 \text{ km}$$

Solució

c)
$$I = \frac{P}{S} \rightarrow$$

$$\begin{aligned} P &= I_1 \cdot S_1 = 1 \cdot 4 \pi r_1^2 = 4 \pi \cdot (10^{-2})^2 = \\ &= 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ W} \end{aligned}$$

$$E = P \Delta t = 1,26 \cdot 10^{-3} \cdot 3600 = 4,52 \text{ J}$$

Exercicis

1. El nivell d'intensitat sonora d'una conversa normal entre persones a 1 metre de distància és d'aproximadament 65 dB. Quina és, doncs, la potència amb què parlem habitualment els éssers humans?
2. Demostreu que si dupliquem la intensitat d'un so, el seu nivell d'intensitat sonora augmenta en 3 dB.

Link llibre Mc Graw Hill, tema ones

<https://www.blinklearning.com/coursePlayer/curso2.php?idcurso=1585420>

Deures:

Exs 7 i 9 (ones planes II)

Exs 18 i 19 llibre, pàg 184

Exercicis: solucions

1. El nivell d'intensitat sonora d'una conversa normal entre persones a 1 metre de distància és d'aproximadament 65 dB. Quina és, doncs, la potència amb què parlem habitualment els éssers humans?

$$r=1\text{m}$$

$$\beta = 65\text{dB}$$

$$P = I \cdot S = I \cdot 4\pi r^2$$

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

$$\frac{\beta}{10} = \log \frac{I}{I_0} \longrightarrow 10^{\frac{\beta}{10}} = \frac{I}{I_0} \longrightarrow I = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta}{10}} = 3,16 \cdot 10^{-6} \text{W/m}^2$$

$$P = 3,97 \cdot 10^{-5} \text{W}$$

Exercicis: solucions

2. Demostreu que si dupliquem la intensitat d'un so, el seu nivell d'intensitat sonora augmenta en 3 dB.

Duplica intensitat: $I \rightarrow 2I$ $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = \beta_0$ (intensitat de so inicial)

$$\begin{aligned}\beta &= 10 \log \frac{2I}{I_0} = 10[\log(2) + \log \frac{I}{I_0}] = \\ &= 10 \log 2 + 10 \log \frac{I}{I_0} = \underline{3 + \beta_0}\end{aligned}$$

Efecte Doppler

És un fenomen ondulatori que té lloc quan una font emissora d'ones i un observador es mouen l'un respecte l'altre → la freqüència d'ones emeses difereix de la freqüència de les ones percebuda (exemple: so d'una ambulància quan s'allunya/apropa).

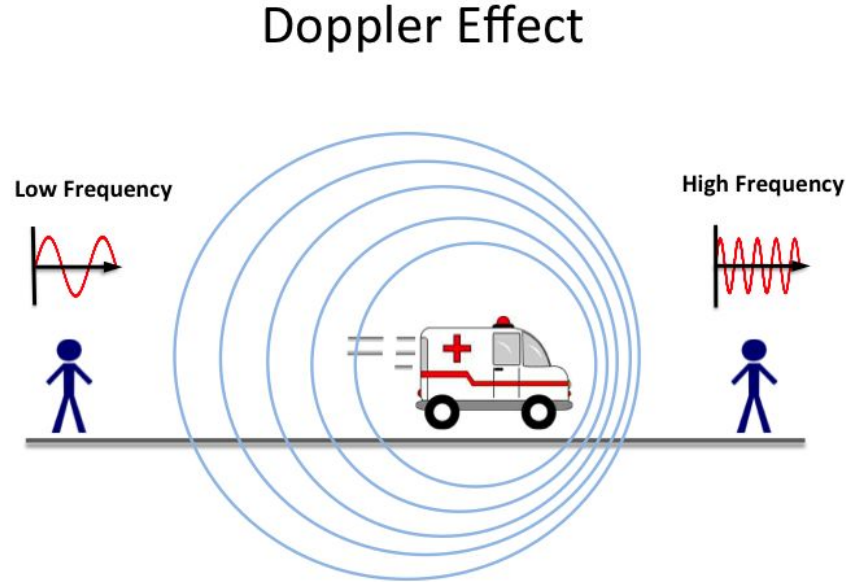
- Considerem una font puntual emissora d'ones transversals de freqüència f_0 , i suposem que es propaguen en un medi homogeni a una velocitat de fase v .
 - Si la font està en repòs, un observador en repòs rebrà l'ona a la mateixa freqüència f_0 .
 - Si l'observador que veu la font s'apropa, rebrà ones amb una $f > f_0$ (so més agut)
 - Si l'observador que veu la font s'allunya, veurà les ones amb $f < f_0$ (so més greu)

Com que la longitud d'ona i la freqüència són inversament proporcionals, passarà el contrari del descrit amb la longitud d'ona.

Efecte Doppler

Modificació de λ i f

$$v = \lambda \cdot f$$



Aplicacions de l'efecte Doppler: radars que permeten determinar la posició i velocitat d'objectes en moviment (radars d'autopista). També en l'astronomia: permet calcular la velocitat d'estrelles estudiant les freqüències de la llum que emeten i que enregistrem.

Efecte Doppler

Exemple:

Un ciclista sent el so emès per la sirena d'un camió de bombers en moviment. Raoneu com és la freqüència del so que sent, respecte la freqüència de la sirena quan el camió i el ciclista estan en les següents situacions:

- A. El ciclista es troba en repòs en un semàfor en vermell i el camió s'apropa
- B. El camió ha sobrepassat el ciclista i se n'allunya.
- C. El ciclista es mou en sentit contrari al camió i s'hi apropa
- D. El ciclista es mou en sentit contrari i se n'allunya