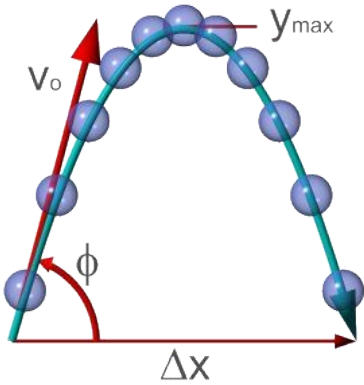
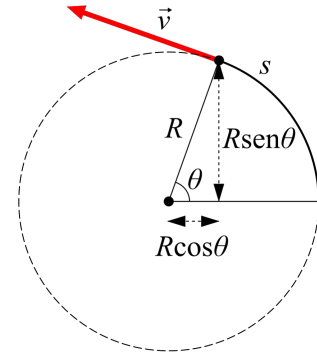




FÍSICA

1R BATXILLERAT



UNITAT 2. CINEMÀTICA EN DUES DIMENSIONS

ÍNDEX

1. Relativitat del moviment

2. Canvi de sistema de referència

3. Moviments parabòlics

- Llançament oblic
- Llançament horitzontal

4. Moviment circular

- Desplaçament o increment de l'angle girat
- Velocitat angular i lineal
- Acceleració tangencial, normal i angular
- Període i freqüència

5. Moviment circular uniforme (MCU)

6. Moviment circular uniformement accelerat (MCUA)

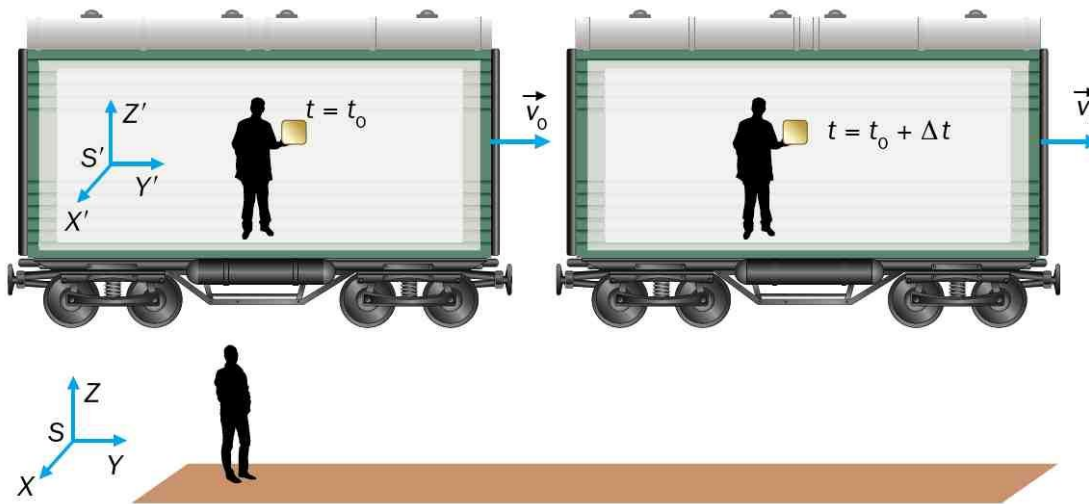
1. RELATIVITAT DEL MOVIMENT

CONCEPTES CLAU

Cal triar sempre un **sistema de referència**

- la posició varia en funció del temps → **MOVIMENT**
- la posició no varia en funció del temps → **REPÒS**

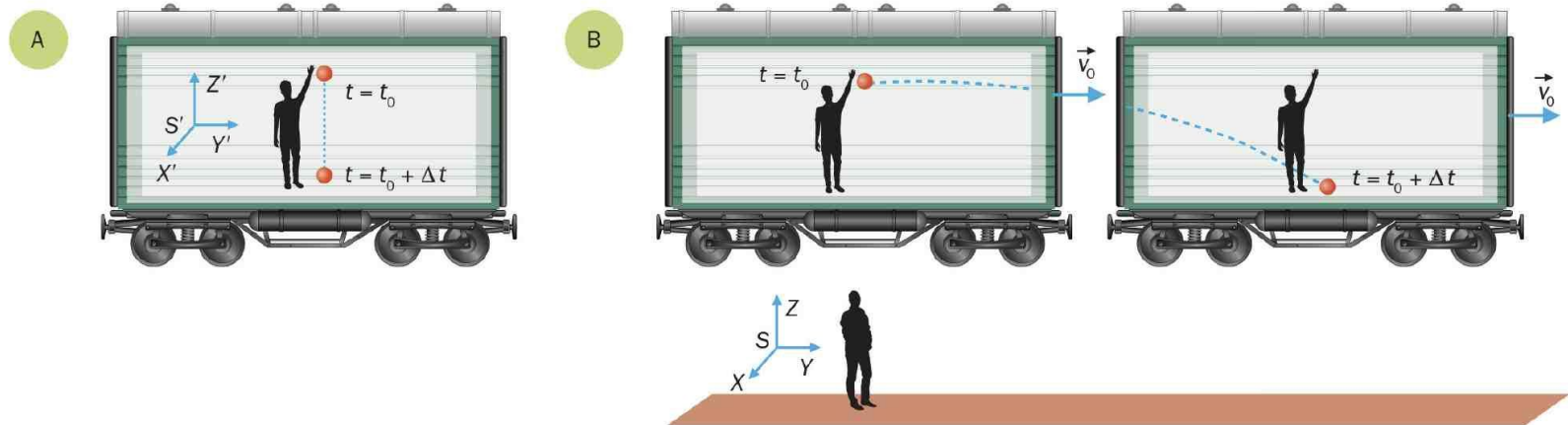
Tot el que estudiem són conceptes **relatius** que depenen del sistema de referència que descriu el moviment.



1. RELATIVITAT DEL MOVIMENT

CONCEPTES CLAU

Dos sistemes S i S':



En ambdós exemples, només s'arriba a l'acord del moviment si es justifiquen respecte a un sistema de referència per la **relativitat del moviment** segons l'observador.

2. CANVI DE SISTEMA DE REFERÈNCIA

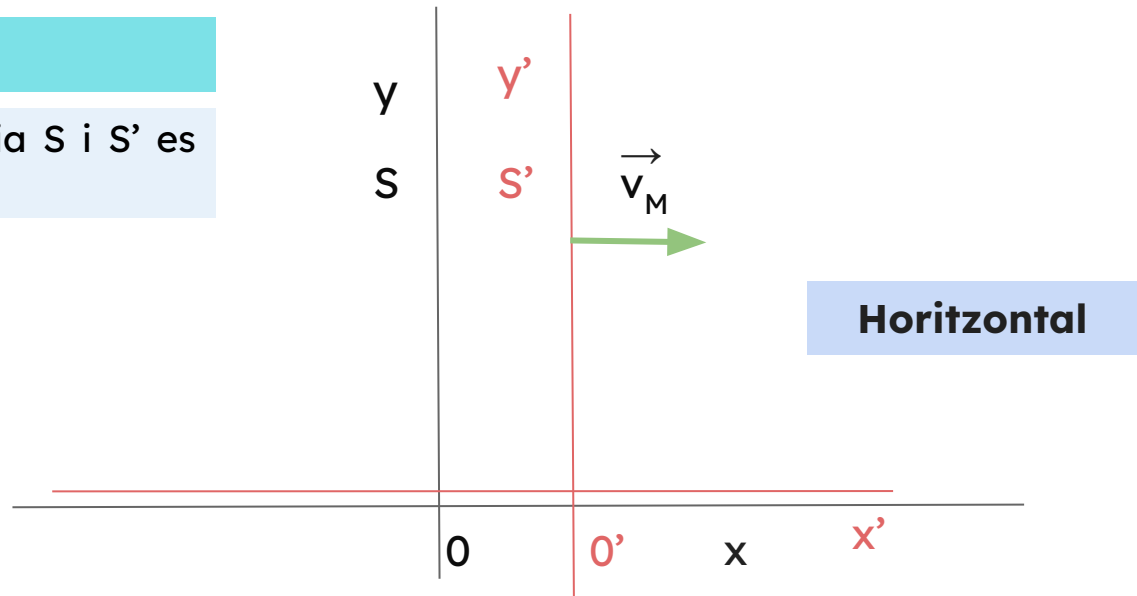
TOTES LES VELOCITATS SÓN CONSTANTS

Coincident només el temps (t)

Sistema de referència	Origen i eixos de coordenades	Coordenades	Temps	Velocitat
S (en repòs)	O, X, Y	x, y	t	$v_x = \Delta x / \Delta t$ $v_y = \Delta y / \Delta t$
S' (en MRU)	O', X', Y'	x', y'	t' = t	$v'_x = \Delta x' / \Delta t$ $v'_y = \Delta y' / \Delta t$

MATEIXA DIRECCIÓ

Ambdós sistemes de referència S i S' es mouen en la mateixa direcció



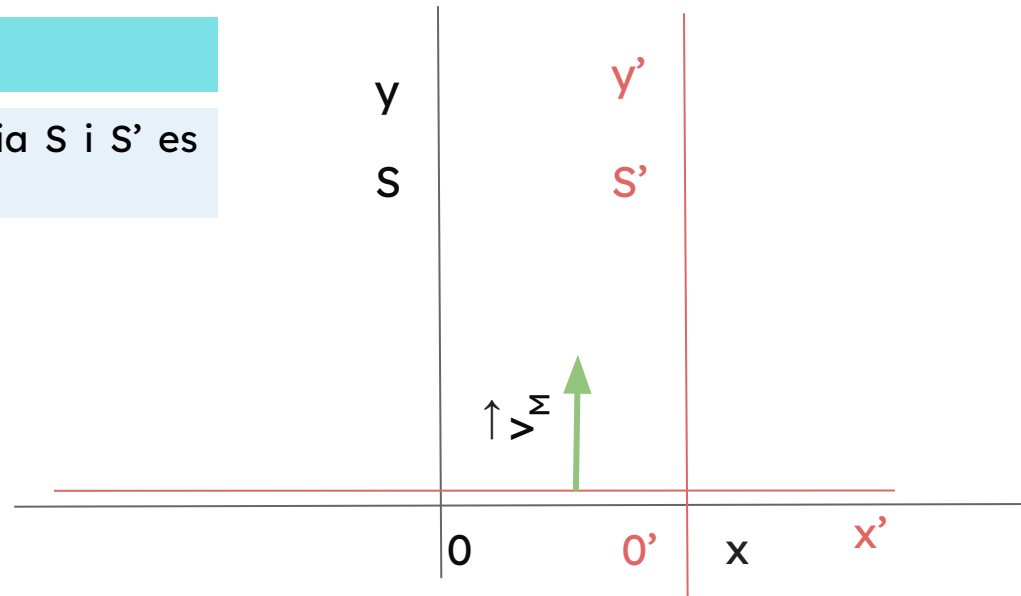
2. CANVI DE SISTEMA DE REFERÈNCIA

TOTES LES VELOCITATS SÓN CONSTANTS

MATEIXA DIRECCIÓ

Ambdós sistemes de referència S i S' es mouen en la mateixa direcció

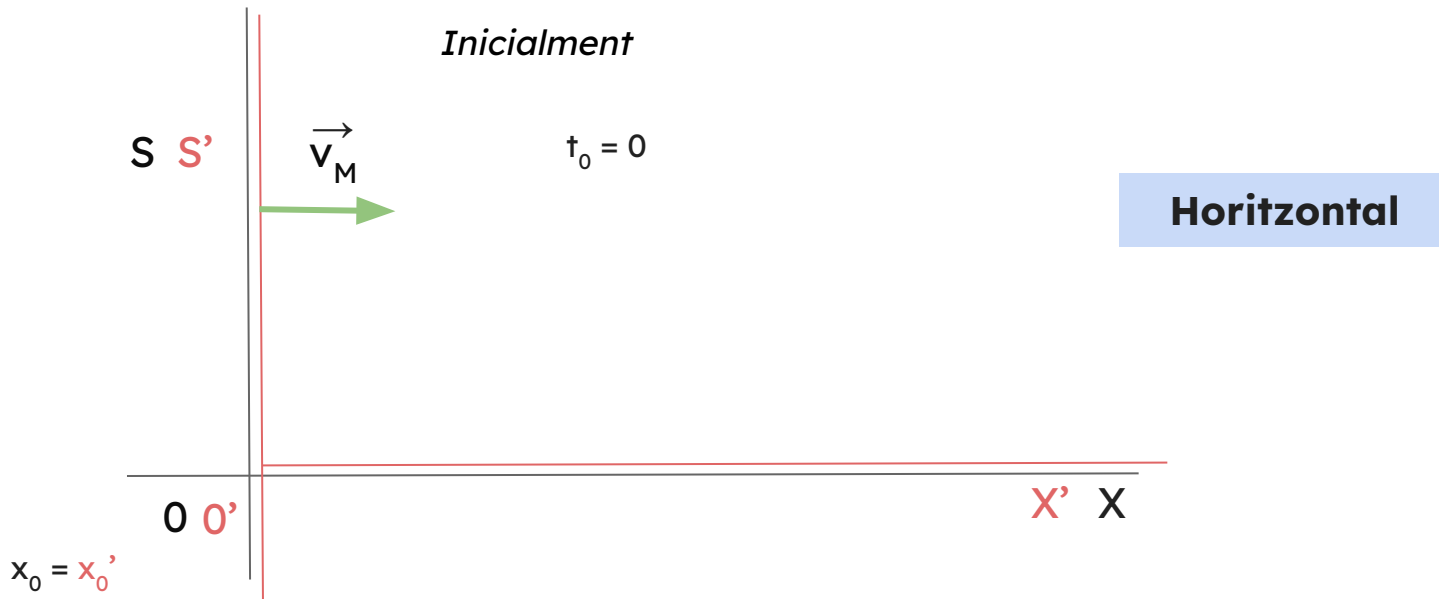
Vertical



2. CANVI DE SISTEMA DE REFERÈNCIA

TOTES LES VELOCITATS SÓN CONSTANTS

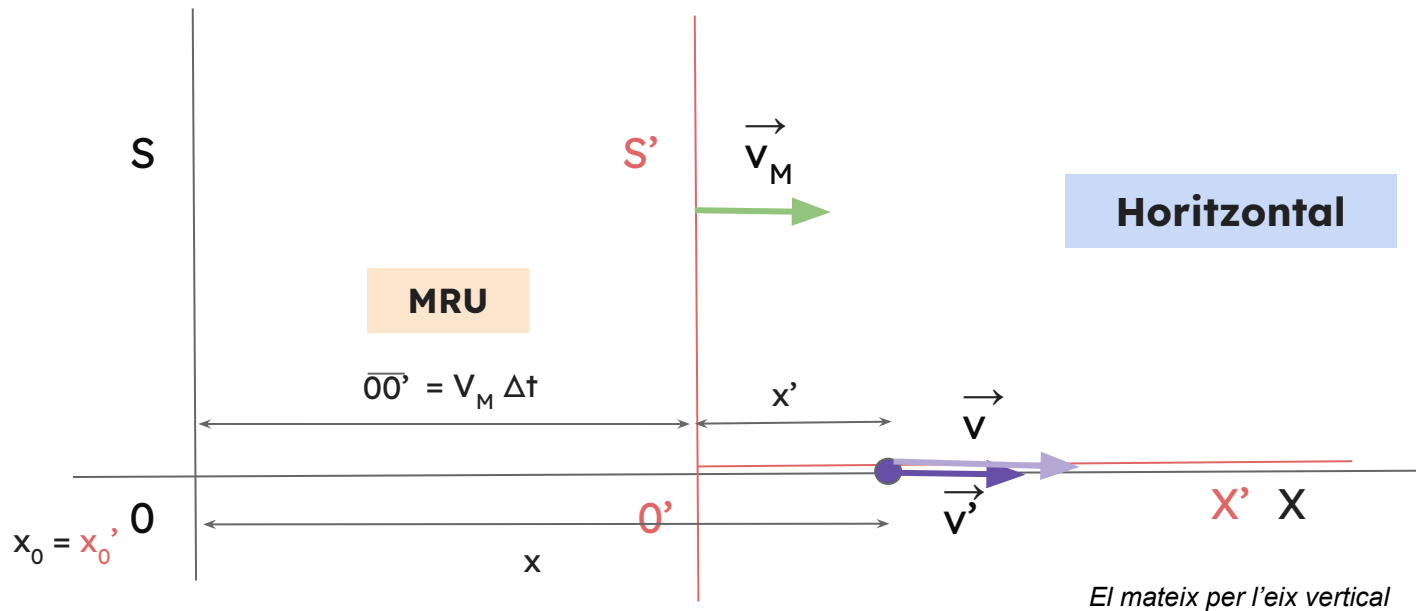
1r cas. Ambdós sistemes de referència S i S' es mouen en la mateixa direcció



2. CANVI DE SISTEMA DE REFERÈNCIA

TOTES LES VELOCITATS SÓN CONSTANTS

1r cas. Ambdós sistemes de referència S i S' es mouen en la mateixa direcció



$$x = x' + \overline{00'}$$

$$x = x' + V_M \Delta t$$

$$x - x_0 = x' - x'_0 + V_M \Delta t$$

$$\Delta x = \Delta x' + V_M \Delta t$$

$$t_0 = t'_0$$

$$t = t'$$

$$v_x = \Delta x / \Delta t$$

$$v'_x = \Delta x' / \Delta t$$

Sistema S

Sistema S'

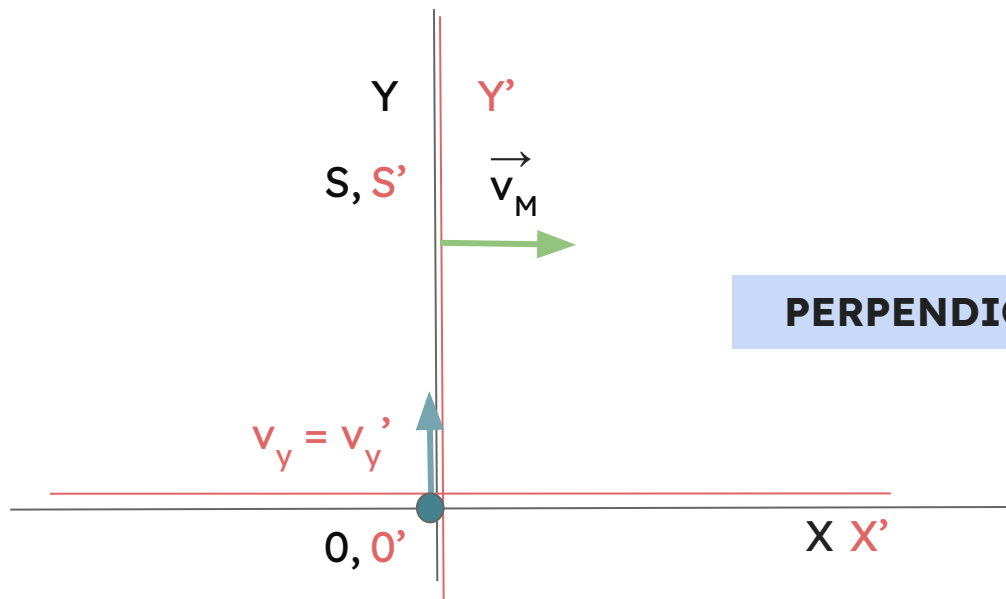
$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x'}{\Delta t} + V_M \frac{\Delta t}{\Delta t}$$

$$v = v' + V_M$$

2. CANVI DE SISTEMA DE REFERÈNCIA

TOTES LES VELOCITATS SÓN CONSTANTS

2n cas. Velocitats del sistema S' i del mòbil constants i en direccions perpendiculars



*Travessar un riu de banda a
banda contra el corrent*

$$S': \Delta \vec{r} = x' \vec{i} + y' \vec{j} = v' \Delta t \vec{j}$$

$$S: \Delta \vec{r} = \vec{x} i + \vec{y} j = v_M \Delta t \vec{i} + v' \Delta t \vec{j}$$

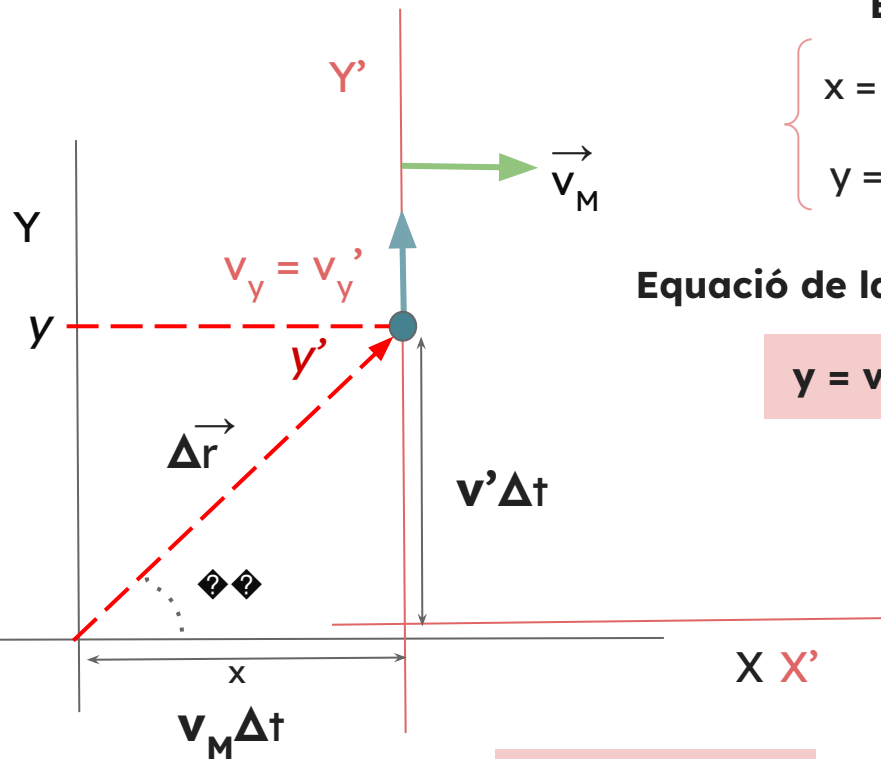
$$S': \vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = v' \vec{j}$$

$$S: \vec{v} = v_{Mx} \vec{i} + v_{My} \vec{j} = v_M \vec{i} + v' \vec{j}$$

2. CANVI DE SISTEMA DE REFERÈNCIA

TOTES LES VELOCITATS SÓN CONSTANTS

2n cas. Velocitats del sistema S' i del mòbil constants i en direccions perpendiculars



Equacions del moviment

$$x = v_M \cdot t \quad (MRU)$$

$$t = x / v_M$$

$$y = v' \cdot t \quad (MRU)$$

$$y = v' \cdot x / v_M$$

Equació de la trajectòria

$$y = v' / v_M \cdot x$$

Mòdul velocitat

$$|\vec{v}| = \sqrt{v'^2 + v_M^2}$$

Vector posició

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j}$$

$$\tan \alpha = v' / v_M$$

pendent de la recta

$$\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$$

2. CANVI DE SISTEMA DE REFERÈNCIA

TOTES LES VELOCITATS SÓN CONSTANTS

Ex. Una barca vol travessar un riu de vora a vora, la barca porta una velocitat de $0,5 \text{ m/s}$ i el corrent del riu de 3 m/s . Si el riu té una amplada de 100 m .

- a. Troba el mòdul de la velocitat total i l'angle que porta en travessar.
- b. A quina distància arribarà a l'altra riba?
- c. Escriu l'equació de la trajectòria.
- d. Escriu el vector posició de la barca a la riba.

3. MOVIMENTS PARABÒLICS

CARACTERÍSTIQUES

La *velocitat inicial* i l'*acceleració* no tenen la mateixa direcció → **moviment NO rectilini**
Acceleració és constant

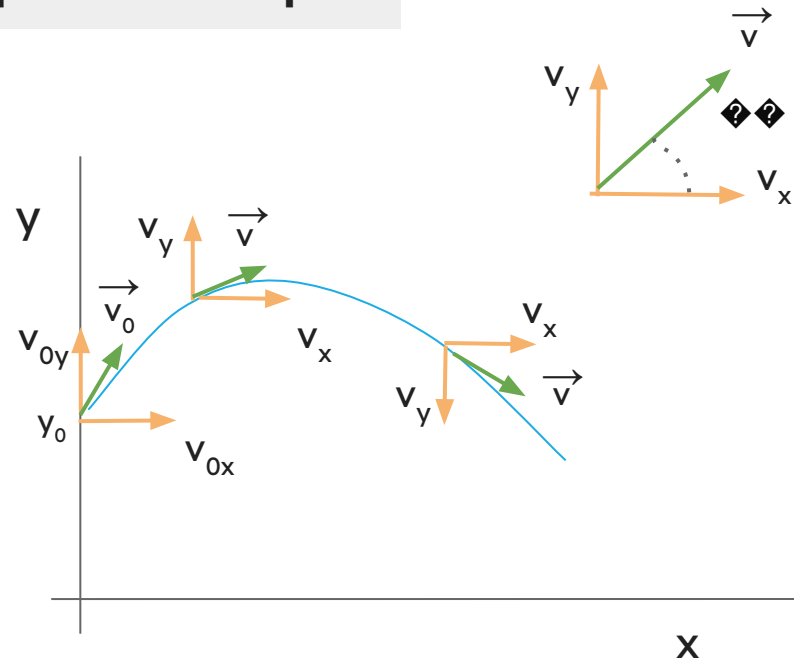
Direcció de la velocitat no coincideix amb l'acceleració de la gravetat

Moviments compostos en un pla

Llançament oblic (tir)

Equacions del moviment

{	eix x (MRU)	$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} \cdot t \\ v_x = v_{0x} \end{cases}$
	eix y (MRUA)	$\begin{cases} y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ v_y = v_{0y} - g \cdot t \end{cases}$



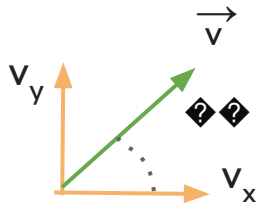
3. MOVIMENTS PARABÒLICS

CARACTERÍSTIQUES

Llançament oblic (tir)

Equacions del moviment

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{eix x (MRU)} \left\{ \begin{array}{l} x = x_0 + v_{0x} \cdot t \\ v_x = v_{0x} \end{array} \right. \\ \text{eix y (MRUA)} \left\{ \begin{array}{l} y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ v_y = v_{0y} - g \cdot t \end{array} \right. \end{array} \right.$$

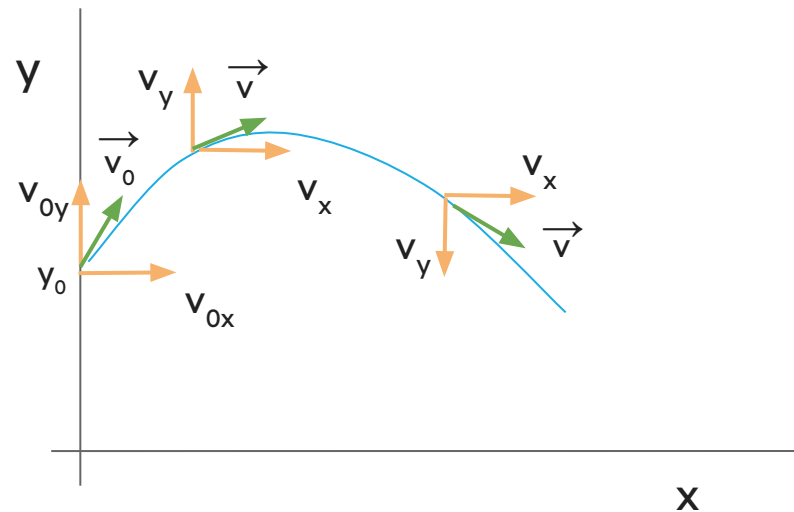


$$\cos \alpha = v_x / v \rightarrow v_x = v \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = v_y / v \rightarrow v_y = v \cdot \sin \alpha$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{array} \right.$$

$$\vec{v} = v_0 \cos \alpha \vec{i} + v_0 \sin \alpha \vec{j}$$



3. MOVIMENTS PARABÒLICS

CARACTERÍSTIQUES

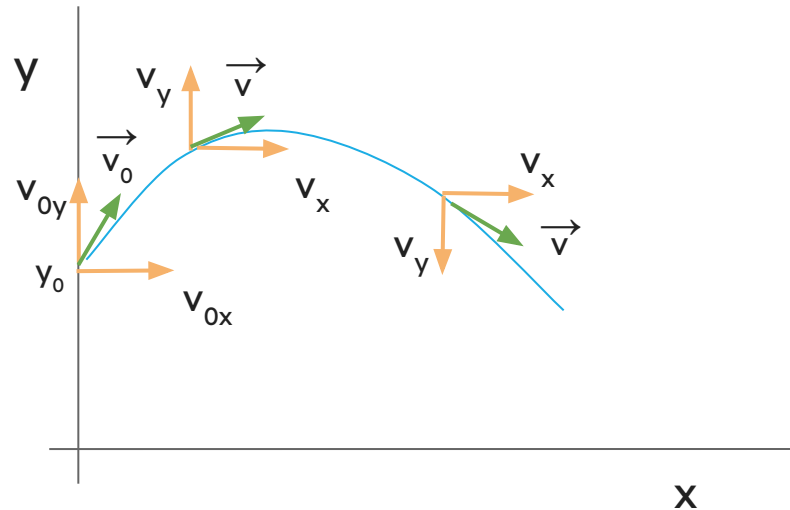
Llançament oblic (tir)

$$v_x = v \cdot \cos \alpha$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$v_y = v \cdot \sin \alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$$



Equacions del moviment

$$x = x_0 + v_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$v_x = v \cdot \cos \alpha$$

$$y = y_0 + (v_0 \sin \alpha) \cdot t - g/2 \cdot t^2$$

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{eix x (MRU)} \left\{ \begin{array}{l} x = x_0 + v_{0x} \cdot t \\ v_x = v_{0x} \end{array} \right. \\ \text{eix y (MRUA)} \left\{ \begin{array}{l} y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ v_y = v_{0y} - g \cdot t \end{array} \right. \end{array} \right.$$

3. MOVIMENTS PARABÒLICS

CARACTERÍSTIQUES

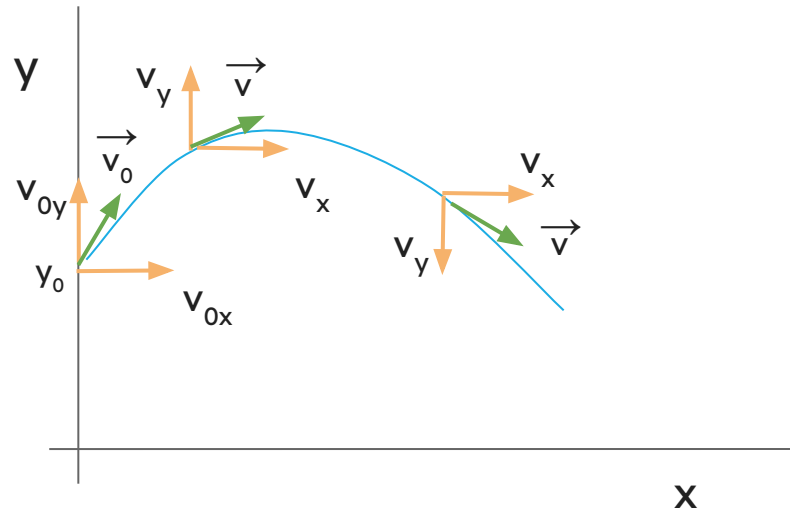
Llançament oblic (tir)

Propietats del tir

Abast màxim $x_{\text{màx}} \rightarrow x$ quan $y = 0$ m

Altura màxima $y_{\text{màx}} \rightarrow v_y = 0$ m/s

Temps de vol $\rightarrow t$ quan $y = 0$ m



Ex. El xut d'una pilota adquireix una velocitat de 54 km/h si s'eleva un angle de 30° .

a. Abast màxim i altura màxima

3. MOVIMENTS PARABÒLICS

CARACTERÍSTIQUES

Llançament oblic (tir) DES DE TERRA

$$y_0 = 0 \text{ m}$$

$$x_{\text{màx.}} \rightarrow y = 0 \text{ m}$$

$$0 = 0 + (v_0 \sin \alpha) \cdot t - g/2 \cdot t^2$$

$$t = (v_0 \sin \alpha + g/2 \cdot t) = 0$$

$t = 0$ inici

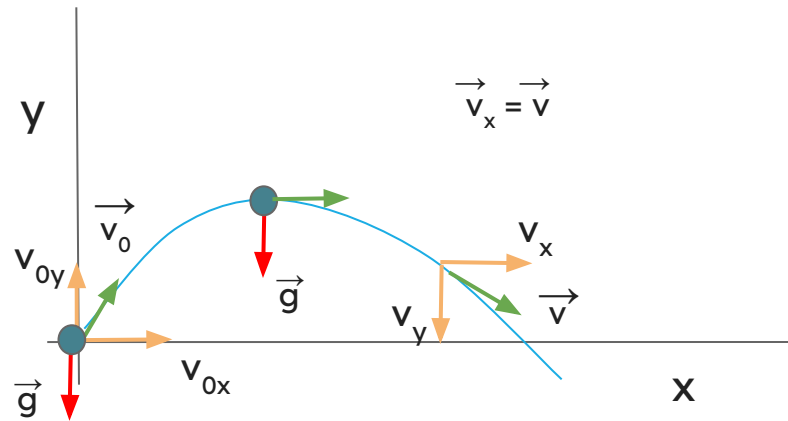
$t = - (2 v_0 \sin \alpha) / g$ abast màxim

$$x_{\text{màx.}} = (v_0 \cdot \cos \alpha) t = v_0 \cdot \cos \alpha (- 2 v_0 \sin \alpha) / g$$

raó trigonomètrica: $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$

$$x_{\text{màx}} = - (v_0^2 \sin 2\alpha) / g$$

Abast màxim quan $\sin 2\alpha = 1 \rightarrow 2\alpha = 90^\circ \rightarrow \alpha = 45^\circ$



3. MOVIMENTS PARABÒLICS

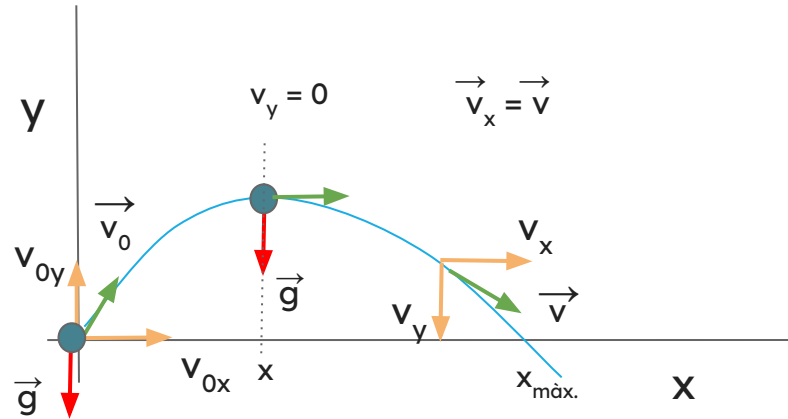
CARACTERÍSTIQUES

Llançament oblic (tir) DES DE TERRA

$$y_{\text{màx.}} \rightarrow V_y = 0 \text{ m/s}$$

$$0 = v_0 \sin \alpha - g \cdot t$$

$$t = - (v_0 \sin \alpha) / g$$



altura màxima → meitat de l'abast màxim

El valor de temps és la meitat del que tarda a assolir-lo

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$y_{\text{màx.}} = (v_0 \sin \alpha) \cdot t - g/2 \cdot t^2$$

$$x_{\text{màx}} = - (v_0^2 \sin 2 \alpha) / g$$

$$y_{\text{màx.}} = - (v_0^2 \sin^2 \alpha) / 2g$$

3. MOVIMENTS PARABÒLICS

CARACTERÍSTIQUES

L'aigua d'un dels sortidors d'una font ornamental d'una gran ciutat surt obliquament cap amunt amb una velocitat de 40 m/s i forma un angle de 60° amb l'horitzontal. Calculeu:

- a. L'abast horitzontal.
- b. La velocitat que porta el raig d'aigua al cap de 2 s .
- c. L'altura màxima.
- d. L'equació de la trajectòria

3. MOVIMENTS PARABÒLICS

CARACTERÍSTIQUES

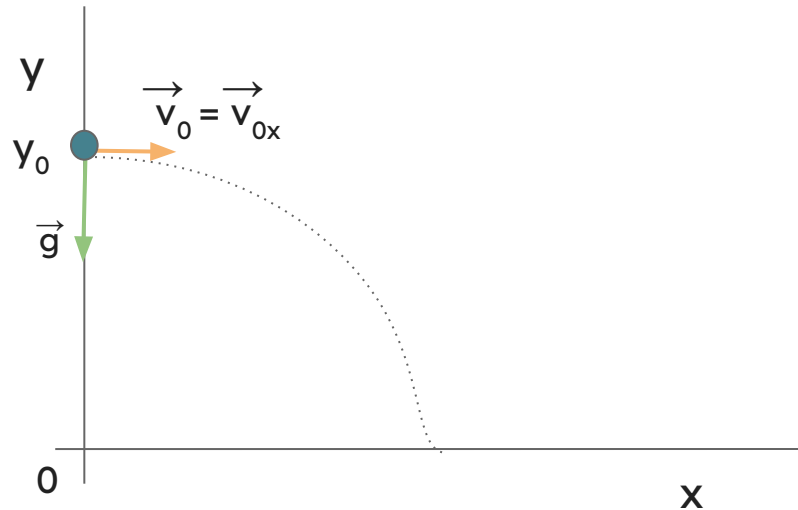
Llançament horitzontal

$$\alpha = 0^\circ$$

$$v_{0y} = 0 \text{ m/s}$$

Ex. Un joc d'ordinador fa una simulació d'una avioneta que vola horitzontalment i llança un seguit de boles. En aquest joc l'avioneta vola a 108 km/h a una altura de 300 m i una de les boles ha d'anar a caure al terrat d'un edifici de 50 m d'alçària. Sense tenir en compte el fregament amb l'aire:

- Calculeu a quina distància de l'edifici, mesurada horitzontalment, ha de deixar anar la bola perquè caigui al terrat de l'edifici.
- Calculeu la velocitat amb què la bola arriba a l'edifici.
- Quina trajectòria segueix la bola segons el pilot que llança les boles dins l'avioneta?

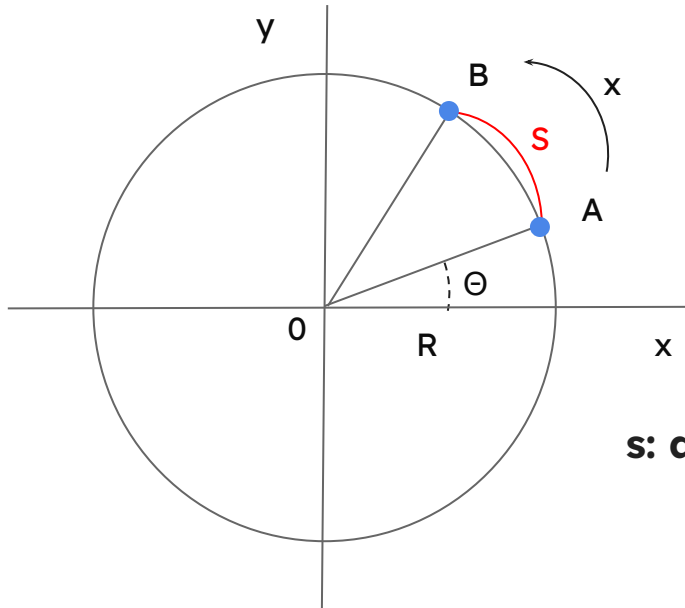


4. MOVIMENT CIRCULAR

DESPLAÇAMENT O INCREMENT DE L'ANGLE GIRAT

És el moviment que té com a trajectòria una **circumferència** → Moviment pla en dues dimensions

Ex. rellotge analògic, moviment dels planetes, etc.



s: arc de la circumferència

Unitats [s] = m (metres)

Magnituds

Lineals

Angulars

Ús de les coordenades polars R i Θ

Desplaçament $\Delta\Theta$: Increment de l'angle girat

$$\Delta\Theta = \Theta - \Theta_0$$

$$L = 2\pi R$$

$$\Theta = 2\pi$$

(perímetre)

$$s = \Theta \cdot R$$

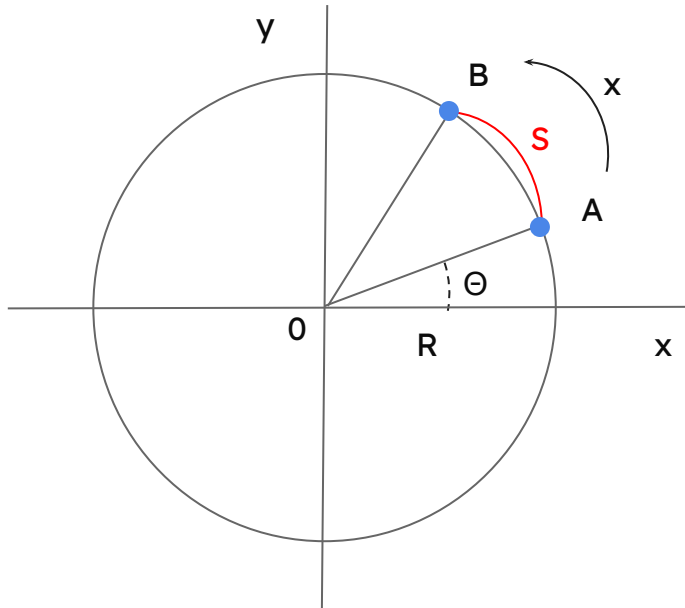
$$(m) = (rad) \cdot (m)$$

4. MOVIMENT CIRCULAR

VELOCITAT ANGULAR

És el moviment que té com a trajectòria una **circumferència** → Moviment pla en dues dimensions

Ex. rellotge analògic, moviment dels planetes, etc.



Magnituds

Lineals

Angulars

Ús de les coordenades polars R i Θ

Velocitat angular

mitjana

$$\omega_m = \Delta\Theta / \Delta t$$

$$\omega_m = (\text{rad}) / (\text{s})$$

instantània

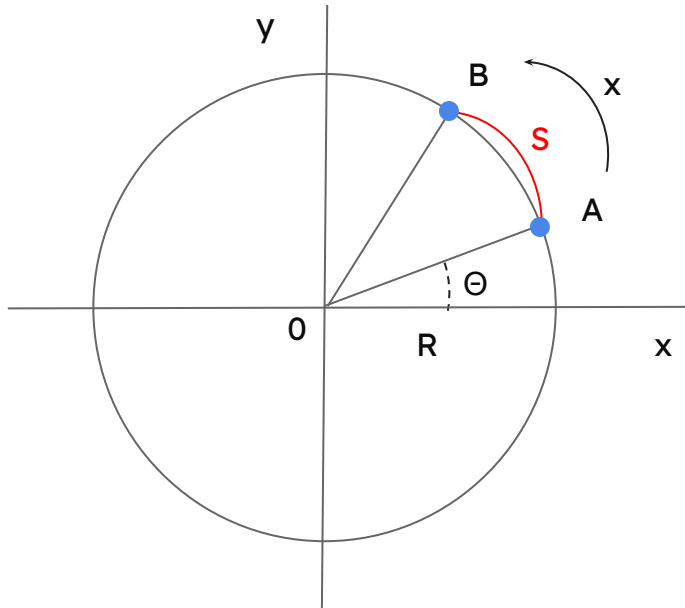
$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\Theta}{\Delta t}$$

4. MOVIMENT CIRCULAR

VELOCITAT LINEAL

És el moviment que té com a trajectòria una **circumferència** → Moviment pla en dues dimensions

Ex. rellotge analògic, moviment dels planetes, etc.



Magnituds

Lineals

Angulars

Ús de les coordenades polars R i Θ

Velocitat lineal

mitjana

$$v_m = \Delta s / \Delta t$$

$$v_m = (m) / (s)$$

instantània

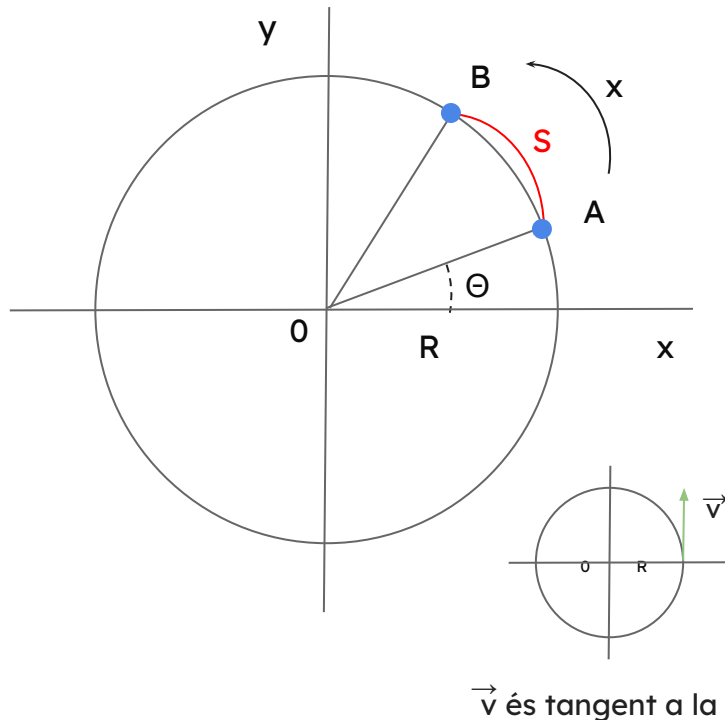
$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

4. MOVIMENT CIRCULAR

VELOCITAT LINEAL

És el moviment que té com a trajectòria una **circumferència** → Moviment pla en dues dimensions

Ex. rellotge analògic, moviment dels planetes, etc.



$\vec{v}$ és tangent a la trajectòria

Magnituds

Lineals

Angulars

Ús de les coordenades polars R i Θ

Velocitat lineal

mitjana

$$\mathbf{v}_m = \Delta s / \Delta t$$

$$V_m = (m) / (s)$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \Theta}{\Delta t} \right) \cdot R = \omega \cdot R$$

$$\Delta s = \Delta \Theta \cdot R$$

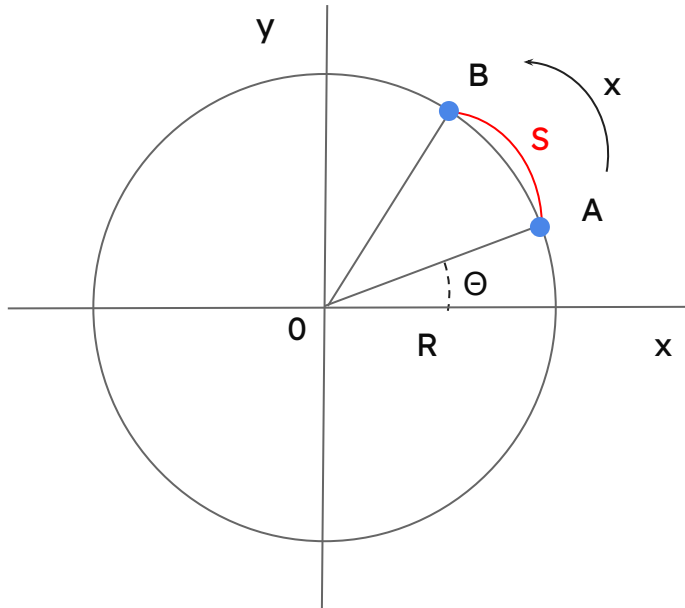
$$\mathbf{v} = \omega \cdot \mathbf{R}$$

4. MOVIMENT CIRCULAR

ACCELERACIÓ ANGULAR

És el moviment que té com a trajectòria una **circumferència** → Moviment pla en dues dimensions

Ex. rellotge analògic, moviment dels planetes, etc.



Magnituds

Lineals

Angulars

Ús de les coordenades polars R i Θ

Acceleració angular (α)

mitjana

$$\alpha_m = \Delta\omega / \Delta t$$

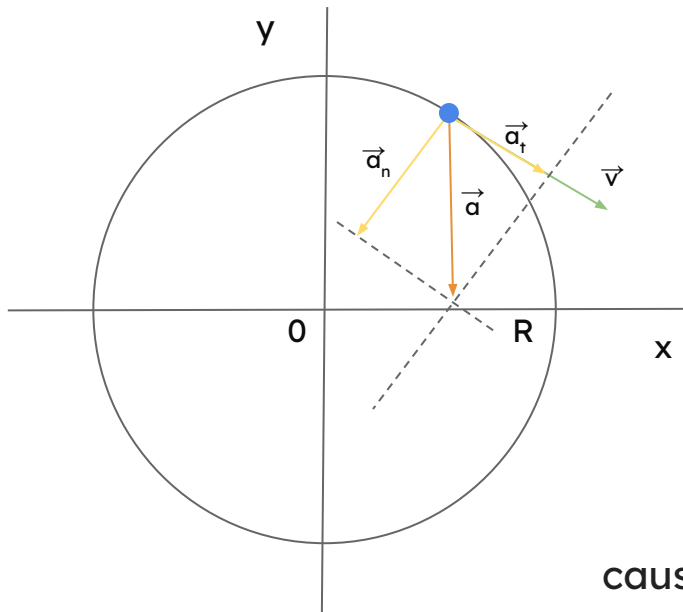
$$\alpha_m = (\text{rad}) / (\text{s})^2$$

instantània

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

4. MOVIMENT CIRCULAR

ACCELERACIÓ TANGENCIAL I NORMAL



Acceleració tangencial (a_t)

velocitat canvia en mòdul i en direcció

$$a_t = \alpha \cdot R$$

$$a_t = (m)/(s)^2$$

acceleració tangencial és el canvi de mòdul de la velocitat i té la mateixa direcció

Acceleració normal (a_n)

causada pel canvi de direcció de la velocitat ($a_n \perp v$)

Dirigida cap al centre de la circumferència

$$\vec{a}_t = \vec{a}_n = (m)/(s)^2$$

$$\vec{a}_{TOT} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

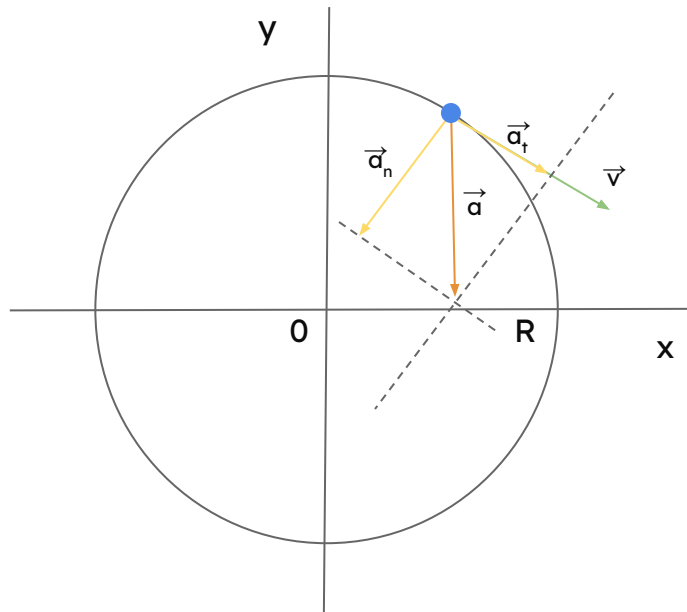
$$a_n = v^2 / R$$

$$a_n = \overbrace{(\omega \cdot R)^2}^v / R = \omega^2 \cdot R$$

$$a_n = \omega^2 \cdot R$$

4. MOVIMENT CIRCULAR

PERÍODE I FREQUÈNCIA



Període (T)

Temps que tarda una partícula a donar una volta completa

$$[T] = \text{s (segons)}$$

Frequència (f)

Nombre de voltes que fa la partícula per segon

$$f = 1 / T$$

$$[f] = 1 / \text{s} = \text{s}^{-1} = \text{Hz (Hertz)}$$

rpm: revolucions per minut

$$1 \text{ rev.} = 1 \text{ volta} = 2\pi \text{ rad}$$

$$\text{Quan } \Delta\theta = 2\pi \rightarrow \Delta t = T$$

$$\omega = \Delta\theta / \Delta t = 2\pi / T$$

$$\omega = 2\pi / T$$

$$\omega = 2\pi f$$

4. MOVIMENT CIRCULAR

ACTIVITATS

Ex. La velocitat de gir d'un lector de DVD és de 5400 rpm. Determina:

- a. La velocitat angular en rad/s
- b. La freqüència i el període

5. MOVIMENT CIRCULAR UNIFORME

CARACTERÍSTIQUES

CONSIDERACIONS

$$\omega = \text{constant} \rightarrow \alpha_{t=0}$$

$$\alpha = 0$$

$$\omega_m = \Delta\theta / \Delta t$$

És el moviment en què la partícula descriu arcs i angles iguals en intervals de temps iguals. La velocitat angular és constant i la velocitat lineal va variant de direcció, però el mòdul es manté constant.

Equació del moviment

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega \cdot t$$

$$v = \Delta s / \Delta t$$

$$v = \omega \cdot R$$

$$a_n = v^2 / R = \omega^2 \cdot R = ctt$$

$$s(t) = s_0 + v \cdot t$$

$$\text{Si } t_0 \neq 0$$

$$\Delta t = t - t_0$$

6. MOVIMENT CIRCULAR UNIFORMEMENT ACCELERAT

CARACTERÍSTIQUES

CONSIDERACIONS

$$\alpha = \text{constant} \neq 0$$

$$a_t = \alpha \cdot R$$

És el moviment en què la partícula descriu una trajectòria circular amb acceleració angular constant. L'acceleració angular mitjana i instantània coincideixen, i l'acceleració tangencial és constant.

$$a_n = v^2 / R = \omega^2 \cdot R \neq \text{constant}$$

Equació de la velocitat

$$\alpha_m = \Delta\omega / \Delta t$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

$$v(t) = v_0 + a_t \cdot t$$

Equació de la posició

$$\Theta(t) = \Theta_0 + \omega_0 t + 1/2 \alpha \cdot t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2 \alpha \cdot \Delta\Theta$$

$$s(t) = s_0 + v_0 t + 1/2 a_t \cdot t^2$$

$$\text{Si } t_0 \neq 0$$

$$\Delta t = t - t_0$$

6. MOVIMENT CIRCULAR UNIFORMEMENT ACCELERAT

ACTIVITATS

Ex. Un pes de 5 kg penja d'una corda de 50 cm de radi. Cau amb una acceleració tangencial de 4 m/s^2 i descaragola la corda enrotllada a la politja.

- a. Troba la velocitat angular 2 segons després.
- b. Troba l'angle girat (en voltes) que el pes comença a caure fins $t = 2 \text{ s}$.