

**Exemples de problemes i qüestions
de circuits elèctrics de
corrent continu, corrent altern,
principis bàsics de la termodinàmica i
màquines tèrmiques**

Índex de continguts

Preàmbul.....	3
---------------	---

Corrent continu i corrent Altern

Exercicis de corrent continu.....	4
-----------------------------------	---

Exercicis de corrent altern.....	10
----------------------------------	----

Qüestions.....	18
----------------	----

Termodinàmica

Exercicis de principis bàsics de la termodinàmica i màquines tèrmiques.....	21
---	----

Qüestions.....	25
----------------	----

Preàmbul

El Departament d'Educació va publicar (el 22 de setembre de 2022) al DOGC Núm. 8758 el DECRET 171/2022, de 20 de setembre, d'ordenació dels ensenyaments de batxillerat.

En aquest decret, es constata que les assignatures *Tecnologia industrial* i *Electrotècnia* han desaparegut. Tot i així, ha aparegut una nova assignatura anomenada **Tecnologia i Enginyeria**. Analitzant en detall les competències específiques i els sabers d'aquesta nova assignatura, s'observa que està fortament basada en l'assignatura *Tecnologia industrial* que ha desaparegut. Tot i així, la nova assignatura incorpora alguns temes que no estaven inclosos a Tecnologia industrial, com per exemple circuits elèctrics de corrent continu i circuits elèctrics de corrent altern (fins i tot es parla de manera específica del triangle de potències) o els principis de la termodinàmica.

Els nous sabers formen part del currículum i per tant del temari que l'alumnat ha de rebre a batxillerat, però en cap moment s'ha de pensar que són el fonament de la nova assignatura. Tampoc no se'ls ha d'atribuir una rellevància considerable dins del marc de l'assignatura simplement pel fet de constituir una part nova del temari.

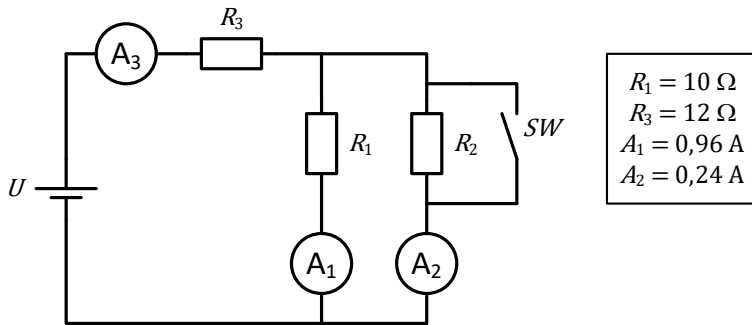
L'oficina de les PAU va organitzar una reunió (telemàtica) amb l'equip de coordinació de la nova assignatura **Tecnologia i Enginyeria** adreçada a tot el professorat de batxillerat d'aquesta assignatura. Durant la reunió, es va informar que tot i que l'assignatura Tecnologia i Enginyeria és nova, des de l'oficina de les PAU es va demanar que l'estructura de les PAU no canviés. Per tant, a les PAU 2024, l'assignatura Tecnologia i Enginyeria tindrà una estructura idèntica a la que tenia l'assignatura *Tecnologia industrial* a les PAU 2023; a saber: 6 exercicis dels quals la persona examinada n'haurà d'escollir 4. Un del 6 exercicis serà tipus test de 5 qüestions amb 4 opcions de resposta cadascuna.

En aquesta reunió, també es va comunicar, que malgrat no quedar explícit en el decret, l'equip de coordinació interpreta que la nova organització dels ensenyaments de batxillerat incorpora els circuits de corrent altern monofàsics i, per tant, queden exclosos tàcitament els circuits trifàsics.

El professorat de batxillerat, en l'esmentada reunió, va demanar si es podrien preparar un seguit d'exercicis d'exemple per saber quin seria **el grau màxim de dificultat** al qual es podria afrontar l'alumnat, en particular per al temari nou de **circuits elèctrics de corrent continu i de corrent altern monofàsic**, així com per a la part **de temari nou de termodinàmica**. Aquesta és la raó per la qual s'ha preparat aquest document.

Exercicis de corrent continu

Exercici CC1 [2,5 punts]



En el circuit de la figura, amb l'interruptor SW obert, determineu:

- a)** La mesura de l'amperímetre A_3 . [0,5 punts]
b) El valor de la resistència R_2 . [0,5 punts]
c) La potència que la font de tensió subministra al circuit. [0,5 punts]

En el circuit de la figura, amb l'interruptor SW tancat, determineu:

- d)** La mesura de l'amperímetre A_1 . [0,5 punts]
e) La mesura de l'amperímetre A_3 . [0,5 punts]

Solució:

a)

$$A_3 = A_1 + A_2 = 0,96 + 0,24 = 1,2 \text{ A}$$

b)

$$A_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_3 \rightarrow 0,24 = \frac{10}{10 + R_2} 1,2$$

$$2,4 + 0,24 R_2 = 12 \rightarrow R_2 = \frac{12 - 2,4}{0,24} = 40 \Omega$$

c)

$$P_U = U I = \underbrace{(R_3 A_3 + R_1 A_1)}_U A_3 = \underbrace{(12 \cdot 1,2 + 10 \cdot 0,96)}_{24 \text{ V}} 1,2 = 24 \cdot 1,2 = 28,8 \text{ W}$$

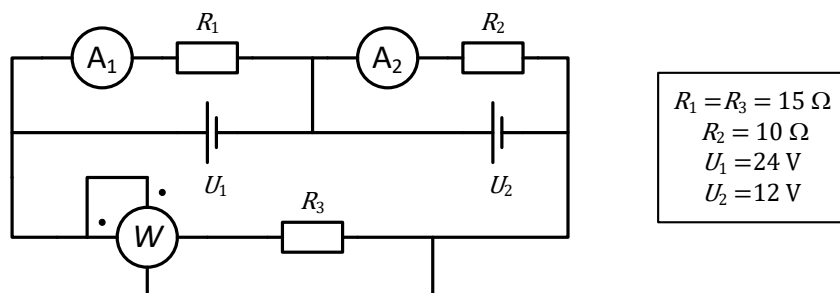
d)

$$A_1 = 0 \text{ A}$$

e)

$$A_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{24}{12} = 2 \text{ A}$$

Exercici CC2 [2,5 punts]



En el circuit de la figura es coneixen les dades del requadre. Determineu:

- a)** La mesura de l'amperímetre A_1 . [0,5 punts]
- b)** La mesura de l'amperímetre A_2 . [0,5 punts]
- c)** La mesura del wattímetre W . [0,5 punts]
- d)** Les potències P_{U1} i P_{U2} subministrades per cadascuna de les fonts de tensió. [1 punt]

Solució:

a)

$$A_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{24}{15} = 1,6 \text{ A}$$

b)

$$A_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ A}$$

c)

$$W = \frac{(U_1 + U_2)^2}{R_3} = \frac{(24 + 12)^2}{15} = 86,4 \text{ W}$$

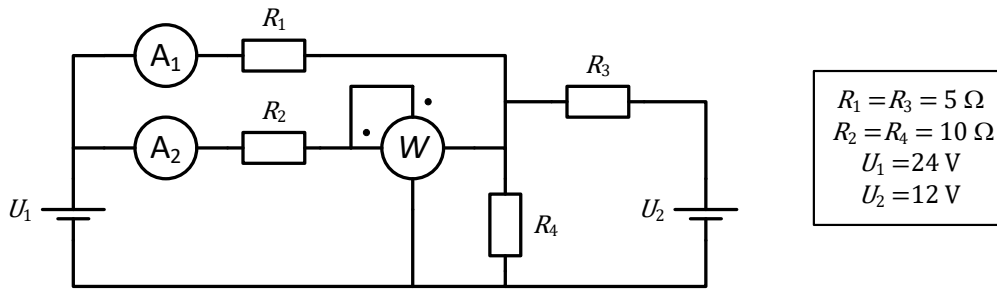
d)

$$I_{R3} = \frac{U_1 + U_2}{R_3} = \frac{24 + 12}{15} = 2,4 \text{ A}$$

$$P_{U1} = U_1 I_{U1} = U_1 (A_1 + I_{R3}) = 24 (1,6 + 2,4) = 96 \text{ W}$$

$$P_{U2} = U_2 I_{U2} = U_2 (A_2 + I_{R3}) = 12 (1,2 + 2,4) = 43,2 \text{ W}$$

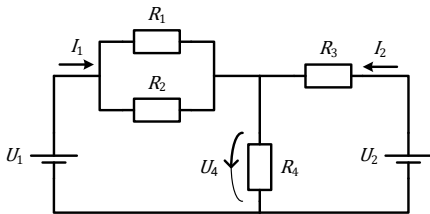
Exercici CC3 [2,5 punts]



En el circuit de la figura es coneixen les dades del requadre. Determineu:

- a)** La mesura dels amperímetres A_1 i A_2 . [1,5 punts]
- b)** La mesura del wattímetre W . [0,5 punts]
- c)** Les potències P_{U1} i P_{U2} subministrades per cadascuna de les fonts de tensió. [0,5 punts]

Solució:



$$R_{Eq12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5 \cdot 10}{5 + 10} = 3,333 \, \Omega$$

$$\begin{cases} U_1 = R_{Eq12} I_1 + R_4 (I_1 + I_2) \\ U_2 = R_3 I_2 + R_4 (I_1 + I_2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} U_1 = (R_{Eq12} + R_4) I_1 + R_4 I_2 \\ U_2 = (R_3 + R_4) I_2 + R_4 I_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 24 = 13,333 I_1 + 10 I_2 \\ 12 = 15 I_2 + 10 I_1 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 13,333 & 10 \\ 10 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 12 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} I_1 = 2,4 \, \text{A} \\ I_2 = -0,8 \, \text{A} \end{cases}$$

$$A_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_1 = \frac{10}{5 + 10} 2,4 = 1,6 \, \text{A}$$

$$A_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_1 = \frac{5}{5 + 10} 2,4 = 0,8 \, \text{A}$$

Alternativament,

$$A_2 = I_1 - A_1 = 2,4 - 1,6 = 0,8 \, \text{A}$$

b)

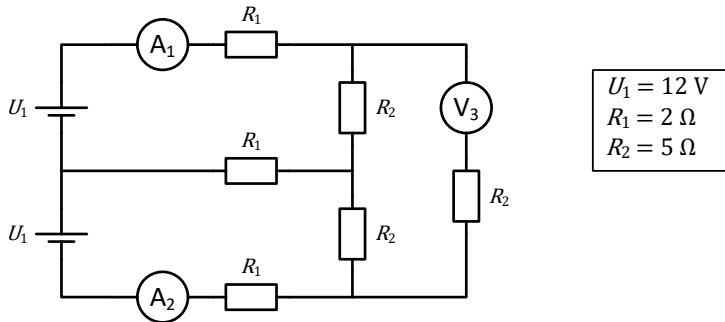
$$W = U_4 A_2 = R_4 (I_1 + I_2) A_2 = 10 (2,4 - 0,8) 0,8 = 12,8 \, \text{W}$$

c)

$$P_{U1} = U_1 I_1 = 24 \cdot 2,4 = 57,6 \, \text{W}$$

$$P_{U2} = U_2 I_2 = 12 \cdot (-0,8) = -9,6 \, \text{W}$$

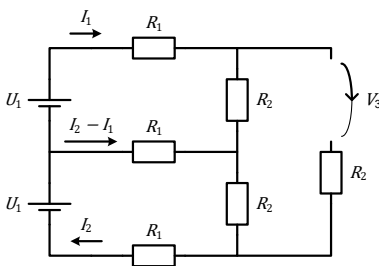
Exercici CC4 [2,5 punts]



El circuit de la figura mostra dues fonts de tensió U_1 que alimenten diverses càrregues (resistències). Les resistències que tenen el mateix valor òhmic s'han anomenat amb el mateix nom. En el requadre s'indiquen els diferents valors del circuit de la figura. Determineu:

- La mesura dels amperímetres A_1 i A_2 . [1 punt]
- La mesura del voltímetre V_3 . [0,5 punts]
- La potència total subministrada per les fonts (conjuntament) a les càrregues. [0,5 punts]
- La potència total consumida per les resistències R_1 (conjuntament). [0,5 punts]

Solució:



$$\begin{cases} U_1 = R_1 I_1 + R_2 I_1 - R_1 (I_2 - I_1) \\ U_1 = R_1 (I_2 - I_1) + R_2 I_2 + R_1 I_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} U_1 = (2 R_1 + R_2) I_1 - R_1 I_2 \\ U_1 = -R_1 I_1 + (2 R_1 + R_2) I_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} (2 R_1 + R_2) & -R_1 \\ -R_1 & (2 R_1 + R_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} A_1 = I_1 = 1,714 \text{ A} \\ A_2 = I_2 = 1,714 \text{ A} \end{cases}$$

Alternativament, per simetria es pot veure que $A_1 = A_2$ i, per tant, no circula corrent per la R_1 que està en la posició central. Llavors,

$$I_1 = I_2 = \frac{U_1 + U_2}{2 R_1 + 2 R_2} = \frac{12 + 12}{2 \cdot 2 + 2 \cdot 5} = 1,714 \text{ A}$$

b)

$$V_3 = R_2 I_1 + R_2 I_2 = 2 R_2 I_1 = 2 \cdot 5 \cdot 1,714 = 17,14 \text{ V}$$

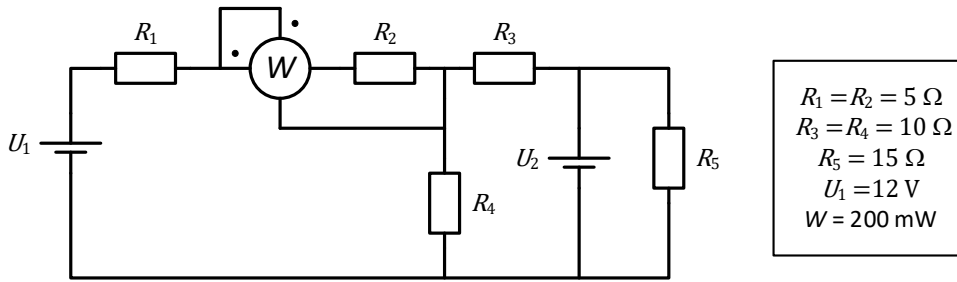
c)

$$P_{U1U2} = 2 U_1 I_1 = 2 \cdot 12 \cdot 1,714 = 41,136 \text{ W}$$

d)

$$P_{R1} = 2 R_1 I_1^2 = 2 \cdot 2 \cdot 1,714^2 = 11,751 \text{ W}$$

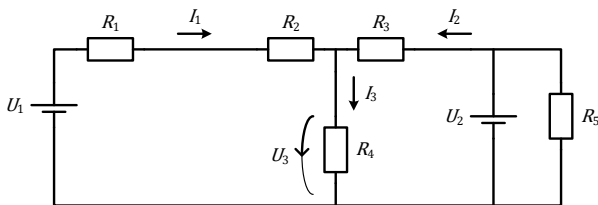
Exercici CC5 [2,5 punts]



En el circuit de la figura es coneixen les dades del requadre. Determineu:

- a) La potència P_{U1} subministrada per la font de tensió U_1 . [0,5 punts]
- b) El valor U_2 de la font de tensió. [1 punt]
- c) La potència P_{U2} subministrada per la font de tensió U_2 . [0,5 punts]
- d) El valor que hauria de tenir U_2 per tal que el wattímetre indiqués una lectura de $W = 0$ W. [0,5 punts]

Solució:



a)

$$W = U_{R2} I_1 = R_2 I_1^2 \quad \rightarrow \quad I_1 = \sqrt{\frac{W}{R_2}} = \sqrt{\frac{0,2}{5}} = 0,2 \text{ A}$$

$$P_{U1} = U_1 I_1 = 12 \cdot 0,2 = 2,4 \text{ W}$$

b)

$$U_3 = U_1 - (R_1 + R_2) I_1 = 12 - (5 + 5) 0,2 = 10 \text{ V}$$

$$I_3 = \frac{U_3}{R_4} = \frac{10}{10} = 1 \text{ A}$$

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad \rightarrow \quad I_2 = I_3 - I_1 = 1 - 0,2 = 0,8 \text{ A}$$

$$U_2 = U_3 + R_3 I_2 = 10 + 10 \cdot 0,8 = 18 \text{ V}$$

c)

$$P_{U2} = U_2 I_{U2} = U_2 (I_2 + I_{R5}) = U_2 \left(I_2 + \frac{U_2}{R_5} \right) = 18 \left(0,8 + \frac{18}{15} \right) = 36 \text{ W}$$

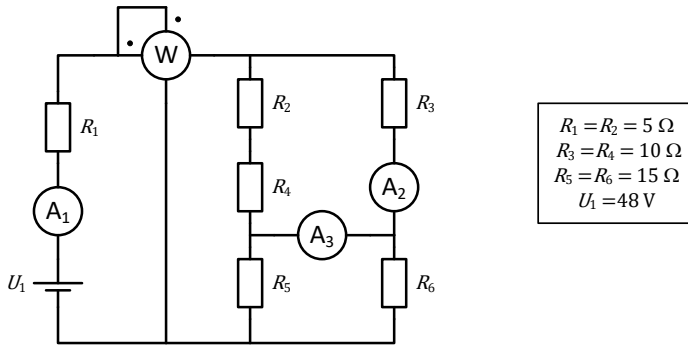
d)

Si $W = 0$ W, llavors $I_1 = 0$ A i, per tant, $U_3 = U_1 = 12$ V

$$U_3 = 12 \text{ V} = R_4 I_3 \quad \rightarrow \quad I_3 = \frac{U_3}{R_4} = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ A}$$

$$U_2 = (R_3 + R_4) I_3 = (10 + 10) 1,2 = 24 \text{ V}$$

Exercici CC6 [2,5 punts]



En el circuit de la figura es coneixen les dades del requadre. Determineu:

- a) La mesura de l'amperímetre A_1 . [0,5 punts]
- b) La potència P_{U1} lliurada al circuit per la font de tensió U_1 . [0,5 punts]
- c) La mesura del wattímetre W . [0,5 punts]
- d) La mesura de l'amperímetre A_2 . [0,5 punts]
- e) La mesura de l'amperímetre A_3 . [0,5 punts]

Solució:

a)

$$A_1 = I_1 = \frac{U_1}{R_1 + \frac{R_3(R_2 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} + \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6}} = \frac{48}{5 + \frac{10(5 + 10)}{5 + 10 + 10} + \frac{15 \cdot 15}{15 + 15}} = 2,595 \text{ A}$$

b)

$$P_{U1} = U_1 I_1 = 48 \cdot 2,595 = 124,56 \text{ W}$$

c)

$$W = P_{U1} - P_{R1} = P_{U1} - R_1 I_1^2 = 124,56 - 5 \cdot 2,595^2 = 90,89 \text{ W}$$

d)

$$U_{R3} = \frac{\frac{R_3(R_2 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}}{\frac{R_3(R_2 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} + \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6}} (U_1 - R_1 I_1)$$

$$U_{R3} = \frac{\frac{10(5 + 10)}{5 + 10 + 10}}{\frac{10(5 + 10)}{5 + 10 + 10} + \frac{15 \cdot 15}{15 + 15}} (48 - 5 \cdot 2,595) = 15,57 \text{ V}$$

$$A_2 = I_2 = \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{15,57}{10} = 1,557 \text{ A}$$

e)

$$U_{R6} = (U_1 - R_1 I_1) - U_{R3} = (48 - 5 \cdot 2,595) - 15,57 = 19,46 \text{ V}$$

$$I_{R5} = I_{R6} = \frac{U_{R6}}{R_6} = \frac{19,46}{15} = 1,297 \text{ A}$$

$$A_3 = I_3 = I_2 - I_{R6} = 1,557 - 1,297 = 0,26 \text{ A}$$

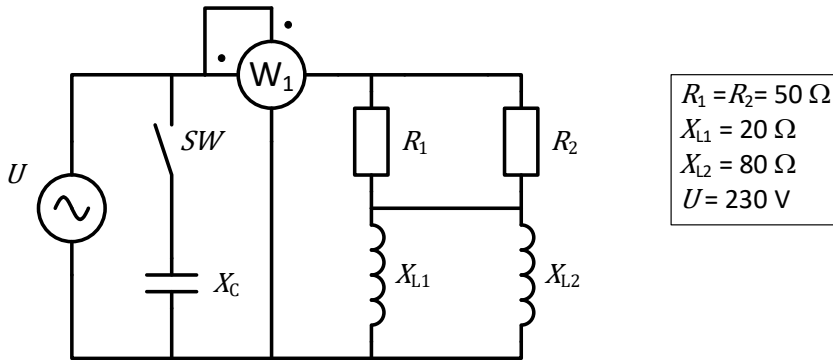
Alternativament,

$$I_{R2} = \frac{U_{R3}}{R_2 + R_4} = \frac{15,57}{5 + 10} = 1,038 \text{ A} \quad I_{R2} = I_1 - I_2 = 2,595 - 1,557 = 1,038 \text{ A}$$

$$A_3 = I_3 = I_{R5} - I_{R2} = 1,297 - 1,038 = 0,259 \text{ A}$$

Exercicis de corrent altern

Exercici CA1 [2,5 punts]



Determineu:

- a) La mesura del wattímetre W_1 . [1 punt]
- b) El valor de la reactància capacitiva X_C per tal que la tensió d'alimentació i el corrent consumit per la instal·lació estiguin en fase quan l'interruptor SW està tancat. [1 punt]
- c) El valor de la impedància equivalent Z (de tot el circuit) quan l'interruptor SW està tancat. [0,5 punts]

Solució:

a)

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{50 \cdot 50}{50 + 50} = 25 \, \Omega$$

$$X_{12} = \frac{X_{L1} X_{L2}}{X_{L1} + X_{L2}} = \frac{20 \cdot 80}{20 + 80} = 16 \, \Omega$$

$$I_{RL} = \frac{U}{Z_{RL}} = \frac{U}{\sqrt{R_{12}^2 + X_{12}^2}} = \frac{230}{\sqrt{25^2 + 16^2}} = 7,749 \, A$$

$$W_1 = R_{12} I_{RL}^2 = 25 \cdot 7,749^2 = 1501,2 \, W$$

b)

$$Q_1 = X_{12} I_{RL}^2 = 16 \cdot 7,749^2 = 960,75 \, \text{var}$$

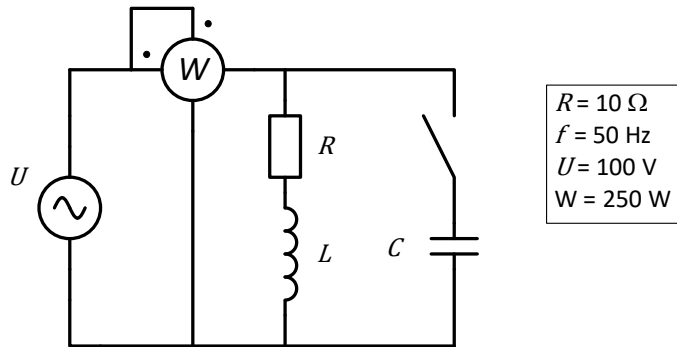
$$Q_C = 960,75 \, \text{var} = \frac{U^2}{X_C} = \frac{230^2}{X_C} \rightarrow X_C = \frac{230^2}{960,75} = 55,06 \, \Omega$$

c)

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U}{\frac{S}{U}} = \frac{U^2}{S} = \frac{U^2}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{U^2}{\sqrt{W_1^2 + (Q_1 - Q_C)^2}} = \frac{U^2}{\sqrt{W_1^2 + 0^2}} = \frac{U^2}{W_1}$$

$$Z = \frac{230^2}{1501,2} = 35,24 \, \Omega$$

Exercici CA2 [2,5 punts]



El circuit de la figura està alimentat amb una tensió U de freqüència f . Les dades que es coneixen estan al requadre de la figura.

Amb l'interruptor obert, determineu:

- El valor del corrent que circula per la resistència R . [0,5 punts]
- El valor de la inductància L . [0,5 punts]
- El valor de la capacitat C que, amb l'interruptor tancat, fa que el circuit estigui en ressonància; és a dir, que el conjunt es comporti amb factor de potència unitari. [0,5 punts]
- El valor del corrent que circula per la capacitat C amb l'interruptor tancat. [0,5 punts]
- La mesura del wattímetre W quan l'interruptor està tancat. [0,5 punts]

Solució:

a)

$$W = R I^2 \quad \rightarrow \quad I = \sqrt{\frac{W}{R}} = \sqrt{\frac{250}{10}} = 5 \text{ A}$$

b)

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \quad \rightarrow \quad X_L = \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - R^2} = \sqrt{\left(\frac{100}{5}\right)^2 - 10^2} = 17,32 \, \Omega$$

$$X_L = \omega L \quad \rightarrow \quad L = \frac{X_L}{2 \pi f} = \frac{17,32}{2 \pi 50} = 55,13 \text{ mH}$$

c)

$$Q_C = Q_L = X_L I^2 = 17,32 \cdot 5^2 = 433 \text{ var}$$

$$Q_C = \frac{U^2}{X_C} \quad \rightarrow \quad X_C = \frac{U^2}{Q_C} = \frac{100^2}{433} = 23,09 \, \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \rightarrow \quad C = \frac{1}{2 \pi f X_C} = \frac{1}{2 \pi 50 \cdot 23,09} = 137,86 \, \mu\text{F}$$

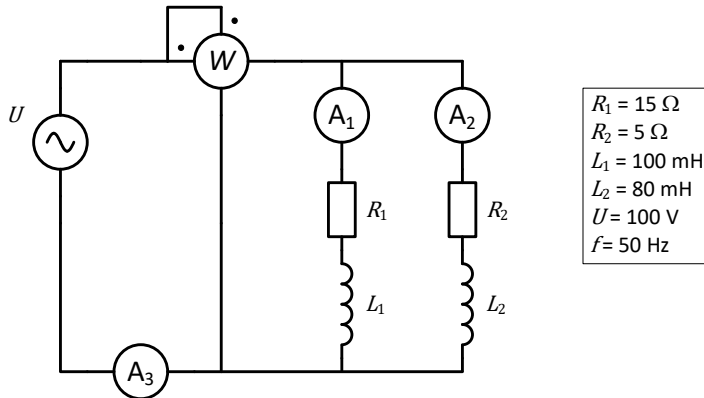
d)

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{100}{23,09} = 4,33 \text{ A}$$

e)

$$W = 250 \text{ W}$$

Exercici CA3 [2,5 punts]



El circuit de la figura està alimentat mitjançant una font ideal de tensió U a una freqüència f . En el requadre hi ha els valors que es coneixen. Determineu:

- a) Els valors de les mesures dels amperímetres A_1 i A_2 . [1 punt]
- b) El valor de la mesura del wattímetre W . [0,5 punts]
- c) El valor del factor de potència del circuit. [0,5 punts]
- d) El valor de la mesura de l'amperímetre A_3 . [0,5 punts]

Solució:

a)

$$X_{L1} = \omega L_1 = 2 \pi f L_1 = 2 \pi 50 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 31,416 \, \Omega$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 2 \pi f L_2 = 2 \pi 50 \cdot 80 \cdot 10^{-3} = 25,133 \, \Omega$$

$$A_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2}} = \frac{100}{\sqrt{15^2 + 31,416^2}} = 2,872 \, \text{A}$$

$$A_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + X_{L2}^2}} = \frac{100}{\sqrt{5^2 + 25,133^2}} = 3,902 \, \text{A}$$

b)

$$P = W = P_{R1} + P_{R2} = R_1 A_1^2 + R_2 A_2^2 = 15 \cdot 2,872^2 + 5 \cdot 3,902^2 = 199,85 \, \text{W}$$

c)

$$Q = Q_{L1} + Q_{L2} = X_{L1} A_1^2 + X_{L2} A_2^2 = 31,416 \cdot 2,872^2 + 25,133 \cdot 3,902^2 = 641,8 \, \text{var}$$

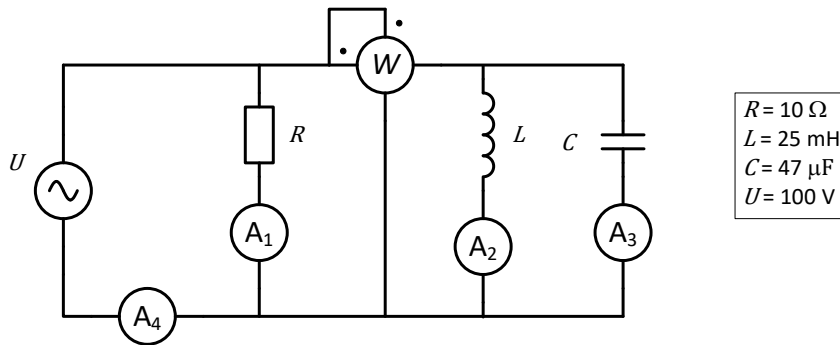
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{199,85^2 + 641,8^2} = 672,2 \, \text{VA}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{199,85}{672,2} = 0,2973$$

d)

$$S = U I \rightarrow I = A_3 = \frac{S}{U} = \frac{672,2}{100} = 6,722 \, \text{A}$$

Exercici CA4 [2,5 punts]



El circuit de la figura està alimentat amb una tensió U de freqüència $f = 50$ Hz. Les dades que es coneixen estan al requadre de la figura. Determineu:

- a) La mesura de l'amperímetre A_1 . [0,25 punts]
- b) La mesura de l'amperímetre A_2 . [0,5 punts]
- c) La mesura de l'amperímetre A_3 . [0,5 punts]
- d) La mesura de l'amperímetre A_4 . [0,5 punts]
- e) La mesura del wattímetre W . [0,25 punts]
- f) La freqüència que hauria de tenir la font d'alimentació per tal que $A_1 = A_4$. [0,5 punts]

Solució:

a)

$$A_1 = \frac{U}{R} = \frac{100}{10} = 10 \text{ A}$$

b)

$$X_L = \omega L = 2 \pi f L = 2 \pi 50 \cdot 25 \cdot 10^{-3} = 7,854 \Omega$$

$$A_2 = \frac{U}{X_L} = \frac{100}{7,854} = 12,732 \text{ A}$$

c)

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \pi f C} = \frac{1}{2 \pi 50 \cdot 47 \cdot 10^{-6}} = 67,726 \Omega$$

$$A_3 = \frac{U}{X_C} = \frac{100}{67,726} = 1,477 \text{ A}$$

d)

$$A_4 = \sqrt{A_1^2 + (A_2 - A_3)^2} = \sqrt{10^2 + (12,732 - 1,477)^2} = 15,06 \text{ A}$$

e)

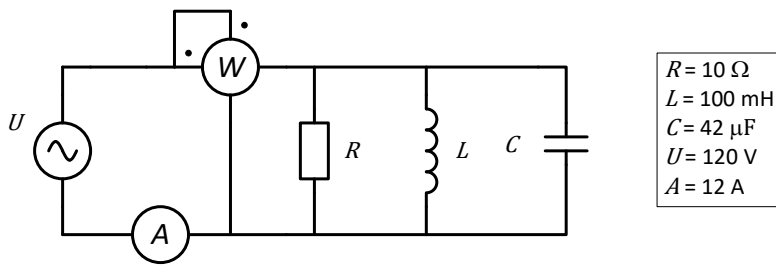
$$W = 0 \text{ W}$$

f)

Això és dona quan L i C estan en ressonància i, per tant,

$$f = \frac{1}{2 \pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \pi \sqrt{25 \cdot 10^{-3} \cdot 47 \cdot 10^{-6}}} = 146,83 \text{ Hz}$$

Exercici CA5 [2,5 punts]



La figura mostra un circuit RLC paral·lel. Es coneixen totes les dades del requadre. En aquestes condicions, determineu:

- a) El valor del corrent que circula per la resistència R . [0,5 punts]
- b) El valor de la mesura del wattímetre W . [0,5 punts]
- c) El valor de la freqüència f de la font de tensió U . [0,5 punts]
- d) El valor de la potència reactiva Q_L consumida per la inductància. [0,5 punts]
- e) El valor de les potències activa P , reactiva Q i aparent S lliurades per la font de tensió. [0,5 punts]

Solució:

a)

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{120}{10} = 12 \text{ A}$$

b)

$$W = P_R = R I_R^2 = \frac{U^2}{R} = 10 \cdot 12^2 = \frac{120^2}{10} = 1440 \text{ W}$$

- b) En ésser I_R igual a la mesura de l'amperímetre (A), el corrent consumit pel conjunt LC és nul, cosa que indica que estan en ressonància. Per tant,

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{100 \cdot 10^{-3} \cdot 42 \cdot 10^{-6}}} = 77,66 \text{ Hz}$$

d)

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 77,66 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 48,8 \Omega$$

$$Q = X_L I_L^2 = \frac{U^2}{X_L} = \frac{120^2}{48,8} = 295,1 \text{ var}$$

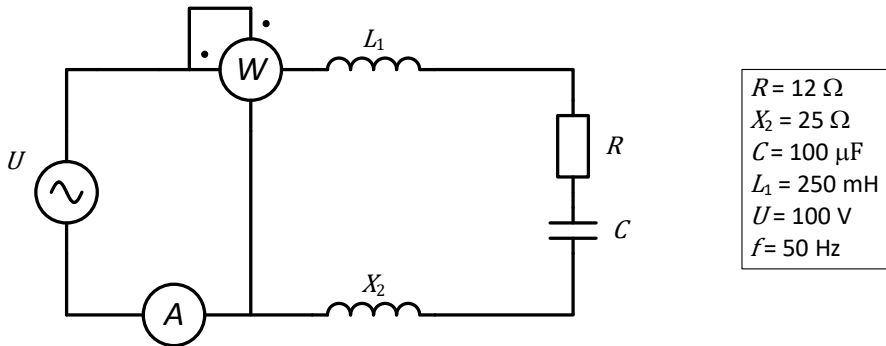
- e) Com que L i C estan en ressonància,

$$P = 1440 \text{ W}$$

$$S = 1440 \text{ VA}$$

$$Q = 0 \text{ var}$$

Exercici CA6 [2,5 punts]



El circuit de la figura està alimentat mitjançant una font ideal de tensió U a una freqüència de $f = 50$ Hz. En el requadre hi ha els valors que es coneixen. Determineu:

- El valor de la mesura de l'amperímetre A . [0,5 punts]
- El valor de la mesura del wattímetre W . [0,5 punts]
- El valor que hauria de tenir la capacitat C per tal que la mesura del wattímetre sigui màxima [1 punt]
- El valor de la mesura del wattímetre W si la capacitat C tingués el valor trobat a l'apartat anterior. [0,5 punts]

Solució:

a)

$$X_1 = \omega L_1 = 2 \pi f L_1 = 2 \pi 50 \cdot 250 \cdot 10^{-3} = 78,54 \, \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \pi f C} = \frac{1}{2 \pi 50 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 31,83 \, \Omega$$

$$A = I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_1 + X_2 - X_C)^2}} = \frac{100}{\sqrt{12^2 + (78,54 + 25 - 31,83)^2}} = 1,375 \, \text{A}$$

b)

$$W = P_R = R I^2 = 12 \cdot 1,375^2 = 22,69 \, \text{W}$$

c)

Per tal que el corrent (potència) sigui màxim (màxima), el circuit ha d'estar en resonància sèrie:

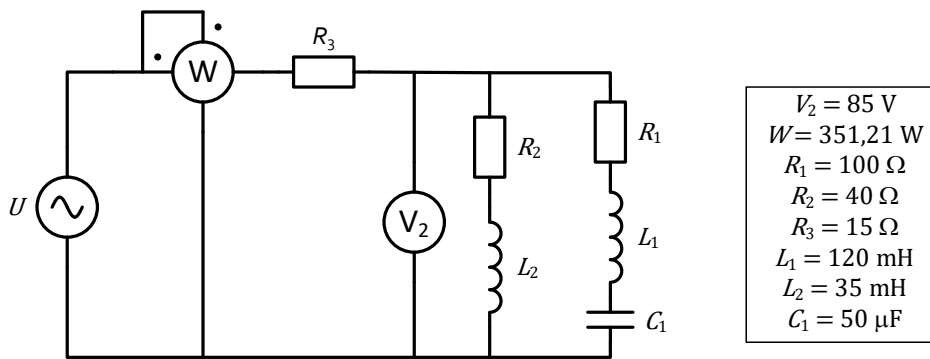
$$L_2 = \frac{X_2}{2 \pi f} = \frac{25}{2 \pi 50} = 79,58 \, \text{mH} \quad \rightarrow \quad L = L_1 + L_2 = 250 + 79,58 = 329,58 \, \text{mH}$$

$$f = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L C}} \quad \rightarrow \quad C = \frac{1}{(2 \pi f)^2 L} = \frac{1}{(2 \pi 50)^2 329,58 \cdot 10^{-3}} = 30,74 \, \mu\text{F}$$

d)

$$W = P_R = \frac{U^2}{R} = \frac{100^2}{12} = 833,3 \, \text{W}$$

Exercici CA7 [2,5 punts]



La font de tensió U de la figura funciona a una freqüència tal que L_1 i C_1 estan en ressonància sèrie. Es coneixen totes les dades del requadre. En aquestes condicions, determineu:

- a)** El valor de la freqüència f de la font de tensió U . [0,5 punts]
- b)** La potència P_{R1} dissipada per R_1 i la potència P_{R2} dissipada per R_2 . [1 punt]
- c)** El valor del corrent que proporciona la font de tensió U . [0,5 punts]
- d)** El valor U de la font de tensió. [0,5 punts]

Solució:

a)

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{120 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 10^{-6}}} = 64,97 \text{ Hz}$$

b)

$$X_{L1} = \omega L_1 = 2\pi f L_1 = 2\pi \cdot 64,97 \cdot 120 \cdot 10^{-3} = 48,99 \Omega$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2\pi \cdot 64,97 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = 48,99 \Omega$$

$$I_{R1} = \frac{V_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2}} = \frac{V_2}{R_1} = \frac{85}{100} = 0,85 \text{ A}$$

$$P_{R1} = R_1 I_{R1}^2 = 100 \cdot 0,85^2 = 72,25 \text{ W}$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 2\pi f L_2 = 2\pi \cdot 64,97 \cdot 35 \cdot 10^{-3} = 14,29 \Omega$$

$$I_{R2} = \frac{V_2}{\sqrt{R_2^2 + X_{L2}^2}} = \frac{85}{\sqrt{40^2 + 14,29^2}} = 2 \text{ A}$$

$$P_{R2} = R_2 I_{R2}^2 = 40 \cdot 2^2 = 160 \text{ W}$$

c)

$$W = P = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} = P_{R1} + P_{R2} + R_3 I_{R3}^2 \rightarrow I_{R3} = \sqrt{\frac{W - P_{R1} - P_{R2}}{R_3}}$$

$$I_{R3} = \sqrt{\frac{351,21 - 72,25 - 160}{15}} = 2,82 \text{ A}$$

d)

$$Q = X_{L2} I_{R2}^2 = 14,29 \cdot 2^2 = 57,16 \text{ var}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{351,21^2 + 57,16^2} = 355,8 \text{ VA}$$

$$S = U I_{R3} \quad \rightarrow \quad U = \frac{S}{I_{R3}} = \frac{355,8}{2,82} = 126,2 \text{ V}$$

Qüestions

Q1: Quin és, aproximadament, el mòdul de la impedància equivalent a 400 Hz d'una resistència de valor $R = 5 \, \Omega$ i una capacitat de valor $C = 100 \, \mu\text{F}$ connectades en sèrie?

- a) $Z = 5,01 \, \Omega$
- b) $Z = 6,39 \, \Omega$**
- c) $Z = 8,98 \, \Omega$
- d) $Z = 105 \, \Omega$

Q2: Quina és, aproximadament, la impedància equivalent a 50 Hz d'una resistència de valor $R = 10 \, \Omega$, una reactància inductiva de valor $X_L = 25 \, \Omega$ i una capacitat de valor $C = 20 \, \mu\text{F}$ connectades en sèrie?

- a) $\underline{Z} = 10 + j 184 \, \Omega$
- b) $\underline{Z} = 10 - j 134 \, \Omega$**
- c) $\underline{Z} = 35 + j 159 \, \Omega$
- d) $\underline{Z} = 35 - j 20 \, \Omega$

Q3: Una enginyera disposa de vèries bobines de 4 mH al laboratori on treballa. Ha dissenyat un circuit que li agradaria provar el més ràpidament possible i, per això, necessita una bobina de 2,7 mH. Escull la millor opció per tal d'aconseguir aquest objectiu:

- a) Connectar dues inductàncies en sèrie
- b) Connectar dues inductàncies en paral·lel
- c) Connectar dues inductàncies en sèrie i, aquest conjunt, en paral·lel amb una tercera**
- d) Connectar tres inductàncies en sèrie i, aquest conjunt, en paral·lel amb una tercera

Q4: Una instal·lació amb factor de potència inductiu de valor $\cos \varphi = 0,82$ s'alimenta d'una xarxa de tensió alterna sinusoidal de 230 V de valor eficaç i 50 Hz de freqüència. S'ha instal·lat un dispositiu en paral·lel amb la instal·lació (alimentat de la mateixa xarxa) de manera que el conjunt (instal·lació més dispositiu) presenta un factor de potència igual a la unitat. Respecte a la tensió en borns de la instal·lació i al corrent total absorbit de la xarxa (pel conjunt instal·lació més dispositiu), podem afirmar que

- a) la tensió avança el corrent $34,92^\circ$
- b) el corrent avança la tensió $34,92^\circ$
- c) el corrent i la tensió estan en fase**
- d) amb les dades proporcionades a l'enunciat no es pot saber el desfasament entre tensió i corrent

Q5: En una línia de 230 V de tensió estan connectades dues càrregues monofàsiques en paral·lel: una inductància i una càrrega resistiva-inductiva que té un factor de potència $\cos \varphi = 0,8$. S'ha mesurat el corrent consumit per cadascuna de les càrregues i ha resultat ser el mateix: $I_L = I_{RL} = 5$ A; és a dir, les dues càrregues consumeixen el mateix alimentades a la mateixa tensió. El corrent I que circula per la línia és, aproximadament,

- a) $I = 0$ A
- b) $I = 5,8$ A
- c) $I = 8,9$ A
- d) $I = 10$ A

Q6: Una càrrega de valor $\underline{Z} = 5 - j 4 \Omega$ s'alimenta a tensió alterna sinusoidal de 100 V de valor eficaç i 50 Hz de freqüència. Quant valen, aproximadament, la potència activa P i la potència reactiva Q consumides per la càrrega?

- a) $P = 1220$ W i $Q = -976$ var
- b) $P = 1220$ W i $Q = 976$ var
- c) $P = -1220$ W i $Q = -976$ var
- d) $P = -1220$ W i $Q = 976$ var

Q7: Una instal·lació amb factor de potència inductiu de valor $\cos \varphi = 0,82$ s'alimenta d'una xarxa de tensió alterna sinusoidal de 230 V de valor eficaç i 50 Hz de freqüència. S'ha instal·lat un dispositiu en paral·lel amb la instal·lació (alimentat de la mateixa xarxa) de manera que el conjunt (instal·lació més dispositiu) presenta un factor de potència igual a la unitat. Respecte la tensió en borns de la instal·lació i el corrent que circula per la instal·lació, podem afirmar que

- a) la tensió avança el corrent $34,92^\circ$
- b) el corrent avança la tensió $34,92^\circ$
- c) el corrent i la tensió estan en fase
- d) amb les dades proporcionades a l'enunciat no es pot saber el desfasament entre tensió i corrent

Q8: Una càrrega de valor $\underline{Z} = 3 + j 6 \Omega$ s'alimenta a tensió alterna sinusoidal de 100 V de valor eficaç. Quant val la potència activa consumida per la càrrega?

- a) 333,3 W
- b) 666,7 W
- c) 1490,7 W
- d) 3333,3 W

Q9: Es vol compensar tota la potència reactiva d'una instal·lació que s'alimenta d'una xarxa de tensió alterna sinusoidal de 230 V de valor eficaç i 50 Hz de freqüència. La instal·lació consumeix una potència activa total de valor 3550 W amb factor de potència inductiu de valor $\cos \varphi = 0,82$. Quin és el valor de la capacitat que s'ha d'instal·lar?

- a) 3,18 μF
- b) 21,35 μF
- c) 46,84 μF
- d) 149,1 μF**

Q10: Una càrrega resistiva-inductiva (resistència i inductància en sèrie) s'alimenta a tensió alterna sinusoidal de 230 V de valor eficaç i 50 Hz de freqüència. S'ha mesurat la tensió en borns de la resistència i ha estat de $U_R = 200$ V. Respecte la tensió en borns de la inductància, podem afirmar que

- a) és exactament $U_L = 30$ V
- b) segur que és $U_L > 30$ V**
- c) segur que és $U_L < 30$ V
- d) segur que és $U_L > 200$ V

Exercicis de principis bàsics de la termodinàmica i màquines tèrmiques

Exercici T1 [2 punts]

Una màquina de vapor que extreu $Q_h = 700$ MJ de la font calenta, que es troba a $T_h = 600^\circ\text{C}$, fa un treball net $Q_{\text{net}} = 300$ MJ. La font freda es troba a $T_c = 120^\circ\text{C}$. Determineu:

- a)** El rendiment teòric si la màquina fos reversible, η_c [0,5 punts]
- b)** El treball teòric màxim que podria fer la màquina reversible, $W_{\text{màx}}$. [0,5 punts]
- c)** El rendiment real de la màquina de vapor, η_t . [0,5 punts]
- d)** El treball perdut en les irreversibilitats, W_i . [0,5 punts]

Solució

a)

$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{273,15 + 120}{273,15 + 600} = 0,5497$$

b)

$$W_{\text{màx}} = \eta_c Q_h = 0,5497 \cdot 700 = 384,81 \text{ MJ}$$

c)

$$\eta_t = \frac{Q_{\text{net}}}{Q_h} = \frac{300}{700} = 0,4286$$

d)

$$W_i = W_{\text{màx}} - Q_{\text{net}} = 84,84 \text{ MJ}$$

Exercici T2 [2 punts]

Un motor funciona seguint el cicle ideal de Carnot i proporciona un treball net $W_{\text{net}} = 1500 \text{ J}$ per cicle quan absorbeix calor d'un focus calent a $T_1 = 450 \text{ °C}$ i el cedeix a un focus fred a $T_2 = 20 \text{ °C}$. El motor utilitza un combustible de poder calorífic $p = 48,8 \text{ MJ/kg}$. Determineu:

- a)** El rendiment del motor [0,5 punts]
b) La calor absorbida i cedida pel motor, Q_1 i Q_2 , respectivament. [1 punt]
c) El consum per cicle del motor, c . [0,5 punts]

Solució

a)

$$\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{273,15 + 20}{273,15 + 450} = 0,5946$$

b)

$$\eta_c = \frac{W}{Q_1}; \quad Q_1 = \frac{1500}{0,5946} = 2523 \text{ J}$$

$$Q_1 = W + Q_2; \quad Q_2 = 2523 - 1500 = 1023 \text{ J}$$

c)

$$c = \frac{Q_1}{p} = \frac{2,523 \text{ kJ}}{48,8 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}} = 51,69 \text{ mg}$$

Exercici T3 [1,5 punts]

Es vol aclimatar una habitació a 24 °C mitjançant una bomba de calor de 2 kW de potència. Si la temperatura exterior és de 3 °C i la bomba funciona segons un cicle de Carnot reversible, determineu:

- a)** El COP de la bomba de calor, COP_c . [0,5 punts]
b) La calor aportada cada segon al focus calent i la sostreta del focus fred, Q_1 i Q_2 . [1 punt]

Solució:

a)

$$\text{COP}_c = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \frac{273,15 + 24}{21} = 14,15$$

b)

$$\text{COP}_c = \frac{Q_1/\Delta t}{P}; \quad \Delta t = 1s; \quad Q_1 = \frac{\text{COP}_c P}{\Delta t} = 25,47 \text{ J}$$

$$\frac{Q_2}{\Delta t} = \frac{Q_1}{\Delta t} - P; \quad \Delta t = 1s; \quad Q_2 = Q_1 - P\Delta t = 23,67 \text{ kJ}$$

Exercici T4 [2 punts]

Un refrigerador de $\text{COP} = 3$ és capaç de produir 100 kg de gel a $T = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ cada hora. L'aigua que s'utilitza, inicialment es troba a 17°C . La calor específica de l'aigua és $c_e = 4,18\text{ kJ}/(\text{kg }^{\circ}\text{C})$ i la calor latent de fusió $L_f = 333,5\text{ kJ/kg}$. Determineu.

a) La calor Q que cal extreure del congelador, Q_c . [1 punt]

b) La potència consumida pel refrigerador, P . [1 punt]

Solució:

a)

$$Q_e = mc_e \Delta T = 100 \cdot 4,18 \cdot (17 - 0) = 7106\text{ kJ}$$

$$Q_f = mL_f = 100 \cdot 333,5 = 33,35 \times 10^3\text{ kJ}$$

$$Q_c = Q_e + Q_f = 40,46 \times 10^3\text{ kJ}$$

b)

$$\text{COP} = \frac{Q}{W}; \quad W = \frac{Q}{\text{COP}} = 13,49\text{ MJ}$$

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{13,49\text{ MJ}}{3600\text{ s}} = 3,746\text{ W}$$

Qüestions

Q1: Es vol escalfar una casa que es troba inicialment a $T_1 = 12\text{ °C}$ fins a $T_2 = 20\text{ °C}$ amb una bomba de calor que té un $\text{COP} = 3$. Si es necessita una transmissió de calor $Q = 400\text{ MJ}$ per aconseguir la temperatura desitjada, determineu el treball que ha de fer la bomba de calor.

- a) 13,33 MJ
- b) 10 MJ
- c) 100 MJ**
- d) 133,3 MJ

Q2: Es volen fondre 30 kg de plom que es troben inicialment a 15 °C en un forn que té un rendiment del 45%. Determineu l'energia que ha d'absorbir el forn de la xarxa elèctrica (dades del plom: $T_{\text{fusió}} = 327\text{ °C}$, $c_e = 0,128\text{ kJ/kg °C}$, $L_f = 24,7\text{ kJ/kg}$):

- a) 1,939 MJ
- b) 4,309 MJ**
- c) 2,662 MJ
- d) 1,198 MJ

Q3: Un congelador ideal funciona seguint el cicle de Carnot i refreda a una velocitat de 850 kJ/h. La temperatura del focus fred és de -18 °C i la temperatura ambient (focus calent) és de 20 °C . Quin és el coeficient d'eficiència (COP) del sistema?

- a) 7,171
- b) 6,714**
- c) 0,474
- d) 0,526

Q4: Un compressor comprimeix aire des d'una temperatura i pressió inicials T_1 i P_1 fins a unes finals T_2 i P_2 mantenint el cabal d'aire constant. Les entalpies de l'aire abans i després de la compressió són $H_1 = 280,31\text{ kJ/kg}$ i $H_2 = 400,98\text{ kJ/kg}$. El cabal d'aire comprimit és de 72 kg/h i les pèrdues durant el procés són de 500 W. Quina és la potència del compressor?

- a) 2,912 kW**
- b) 6,103 kW
- c) 8,520 kW
- d) 14,12 kW