

SOLUCIONARI D'ALGUNS EXERCICIS DE LA BATERIA

1. Una massa de 5 kg està penjada d'un fil vertical, inextensible i de massa negligible. Si la tensió del fil té un valor de 60 N, raoneu quina de les propostes següents és correcta:

- a) La massa puja a velocitat constant.
- b) La massa té una acceleració cap amunt de 2 m/s^2 .
- c) La massa es troba en repòs.

Considereu $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Les dades són:

$$m = 5 \text{ kg}$$

$$T = 60 \text{ N}$$

Apliquem la 2a llei de Newton:

$$\begin{aligned}\sum_i F_i &= ma \rightarrow T - p = ma \rightarrow ma = T - mg \rightarrow \\ a &= \frac{T}{m} - g = \frac{60}{5} - 9,8 = 2,2 \text{ m/s}^2 \approx 2 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

Per tant, la resposta correcta és la b).

2. Aixequem de terra un cos de 10 kg de massa mitjançant un fil. Si la tensió de ruptura del fil és de 200 N, quina és la màxima acceleració amb què es pot aixecar el cos sense que es trenqui el fil?

L'acceleració màxima es tindrà quan la tensió tingui el màxim valor possible. Per tant:

$$T - mg = ma \rightarrow a = \frac{T - m}{m}$$

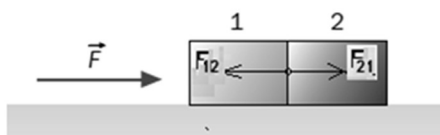
en què T és la tensió de ruptura.

3. Dos blocs estan en contacte damunt d'una superfície horitzontal que no presenta fregament, i s'efectua una força de 21,5 N sobre un d'ells, tal com

SOLUCIONARI D'ALGUNS EXERCICIS DE LA BATERIA

indica la figura. Quina és l'acceleració que assoleixen els blocs? Quines forces mútues s'efectuen entre ells? Dades: les masses dels blocs són $m_1 = 24 \text{ kg}$, $m_2 = 31 \text{ kg}$.

Esquema i dades:



$$F = 21,5 \text{ N}$$

$$m_1 = 24 \text{ kg}$$

$$m_2 = 31 \text{ kg}$$

A l'esquema, F_{21} és la força que efectua el cos 1 sobre el cos 2, i F_{12} , la força que efectua el cos 2 sobre el cos 1; per tant, d'acord amb la tercera llei de Newton, $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$; en mòdul, $F_{12} = F_{21}$. Apliquem la segona llei de Newton a cada massa, substituïm F_{21} per F_{12} a la segona equació, les sumem i aïllem l'acceleració a :

$$\begin{aligned} m_1: \quad F - F_{12} &= m_1 a & F - F_{12} &= m_1 a \\ & & F &= m_1 a + m_2 a \rightarrow \\ m_2: \quad F_{21} &= m_2 a & F_{12} &= m_2 a \end{aligned} \rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{21,5}{24 + 31} = 0,391 \text{ m/s}^2$$

Ara calculem F_{12} amb l'equació per a m_1 , i F_{21} tenint en compte que $F_{21} = F_{12}$:

$$F - F_{12} = m_1 a \rightarrow F_{12} = F - m_1 a = 21,5 - 24 \cdot 0,39 = 12,14 \text{ N}$$

$$F_{21} = F_{12} = 12,14 \text{ N}$$

Si tenim en compte que el vector $\vec{F}_{12}$ té sentit cap a l'esquerra, el seu component x és:

$$F_{12} = -12,14 \text{ N}$$

Les forces F_{12} i F_{21} també es poden determinar amb l'equació per a m_2 ,

$$F_{21} = m_2 a = 31 \cdot 0,391 = 12,12 \text{ N}$$

si bé aquest últim resultat difereix lleugerament del que hem obtingut amb l'equació per a m_1 ; ara bé, això passa perquè no s'han tingut en compte tots els decimals a l'hora de substituir l'acceleració en ambdues equacions, i es pot concloure que ambdós resultats corresponen, en realitat, al mateix valor.

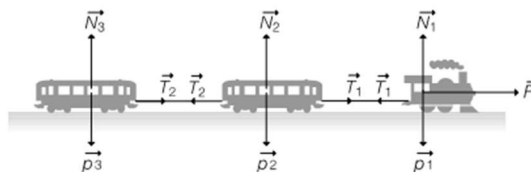
SOLUCIONARI D'ALGUNS EXERCICIS DE LA BATERIA

5. Una màquina de tren té una massa de 35 t i arrossega dos vagons, un de 23 t de massa i l'altre de 18 t. Si la força que fa la màquina per tal de moure el conjunt és de $5,5 \cdot 10^4$ N, amb quina acceleració es mouen la màquina i els vagons? Quines són les tensions dels enganxalls? Suposeu que no hi ha fregament.

Les dades són:

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = 35t = 3,5 \cdot 10^4 \text{ kg} \\ m_2 = 23t = 2,3 \cdot 10^4 \text{ kg} \\ m_3 = 18t = 1,8 \cdot 10^4 \text{ kg} \\ F = 5,5 \cdot 10^4 \text{ N} \end{array} \right\}$$

Diagrama de forces:



$$\begin{aligned} \vec{p}_1 &= -\vec{N}_1 \\ \vec{p}_2 &= -\vec{N}_2 \\ \vec{p}_3 &= -\vec{N}_3 \end{aligned}$$

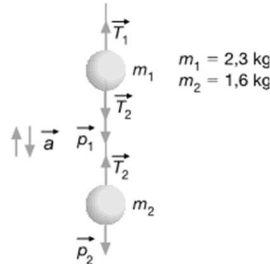
Apliquem la 2a llei de Newton i determinem l'acceleració i les tensions:

$$\left. \begin{array}{l} F - T_1 = m_1 a \\ T_1 - T_2 = m_2 a \\ T_2 = m_3 a \end{array} \right\} F = (m_1 + m_2 + m_3) a \rightarrow$$
$$\rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{5,5 \cdot 10^4}{3,5 \cdot 10^4 + 2,3 \cdot 10^4 + 1,8 \cdot 10^4} = 0,72 \text{ m/s}^2$$
$$T_2 = m_3 a = 1,8 \cdot 10^4 \cdot 0,72 = 1,3 \cdot 10^4 \text{ N}$$
$$T_1 = m_2 a + T_2 = 2,3 \cdot 10^4 \cdot 0,72 + 1,3 \cdot 10^4 = 3,0 \cdot 10^4 \text{ N}$$

SOLUCIONARI D'ALGUNS EXERCICIS DE LA BATERIA

8. A l'interior d'un ascensor hi pengen dos objectes esfèrics de masses 2,3 kg i 1,6 kg. El primer està unit al sostre mitjançant una corda, i el segon està unit al primer també amb una corda. Determineu la tensió de les cordes en les situacions següents:

Diagrama de forces:



Apliquem la 2a llei de Newton i obtenim dues expressions, una per a T_1 i l'altra per a T_2 , que apliquem a cada cas:

$$\left. \begin{array}{l} T_1 - T_2 - p_1 = m_1 \cdot a \\ T_2 - p_2 = m_2 \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} T_1 = (m_1 + m_2) \cdot (a + g) \\ T_2 = m_2 \cdot (a + g) \end{array} \right\}$$

- a) L'ascensor arrenca pujant amb una acceleració constant d'1,1 m/s².

$$a = 1,1 \text{ m/s}^2$$

$$T_1 = 3,9 \cdot (1,1 + 9,8) = 42,51 \text{ N}$$

$$T_2 = 1,6 \cdot (1,1 + 9,8) = 17,44 \text{ N}$$

- b) L'ascensor puja a una velocitat constant de 3 m/s.

$$a = 0$$

$$T_1 = 3,9 \cdot (9,8) = 38,22 \text{ N}$$

$$T_2 = 1,6 \cdot (9,8) = 15,68 \text{ N}$$

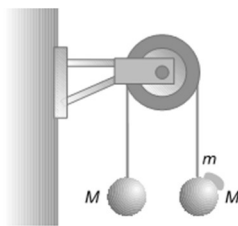
- c) L'ascensor, que estava pujant, frena amb una acceleració d'1,2 m/s² i s'atura.

$$a = -1,2 \text{ m/s}^2$$

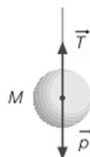
$$T_1 = 3,9 \cdot (-1,2 + 9,8) = 33,54 \text{ N}$$

$$T_2 = 1,6 \cdot (-1,2 + 9,8) = 13,76 \text{ N}$$

9. Tenim dues masses iguals ($M = 5 \text{ kg}$) penjades dels extrems d'una corda que passa per una politja (fig. 3.63). Les masses de la corda i de la politja es poden considerar negligibles. Inicialment les dues masses estan en repòs.



- a) Considereu una de les dues masses M . Feu un esquema de les forces que actuen sobre M i indiqueu sobre quin cos estarien aplicades les forces de reacció corresponents.

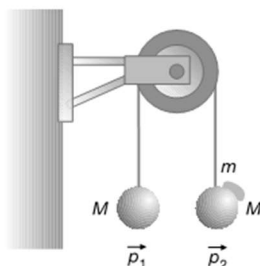


La força de reacció a la tensió T està aplicada sobre la corda i és una força igual en mòdul i direcció però de sentit contrari. La força de reacció al pes p està aplicada sobre la Terra i també és de sentit contrari a la força d'acció.

SOLUCIONARI D'ALGUNS EXERCICIS DE LA BATERIA

- b) Sobre la massa penjada a la dreta cau un tros de plastilina de massa $m = 500 \text{ g}$ que s'hi queda enganxat. Quina serà l'acceleració de les masses en el moviment posterior al xoc?

Representem les forces que actuen sobre els dos blocs. Com que en la direcció horitzontal no actuen forces, el problema esdevé unidimensional.



Com que la massa de la corda és menyspreable, les tensions aplicades a cada bloc coincideixen: $T_1 = T_2 = T$. Apliquem ara la segona llei de Newton a cada bloc:

$$\text{Bloc 1: } T - Mg = Ma_1$$

$$\text{Bloc 2: } T - (M + m)g = (M + m)a_2$$

Tenint en compte que la corda és inextensible, la relació entre les acceleracions és: $a_1 = -a_2 = a$.

Per tant, el sistema d'equacions queda així:

$$\left. \begin{array}{l} T - Mg = Ma \\ T - (M + m)g = -(M + m)a \end{array} \right\}$$
$$T = M(a + g) \rightarrow M(a + g) - (M + m)g = -(M + m)a$$

Per tant:

$$a = \frac{mg}{2M + m} = \frac{0,5 \cdot 9,8}{2 \cdot 5 + 0,5} = 0,467 \text{ m/s}^2$$

- ;) Quins són els valors de la tensió de la corda abans i després del xoc?

Abans del xoc hi ha equilibri entre forces i, per tant, no hi ha acceleració. En conseqüència:

$$\frac{T - Mg}{M} = 0 \rightarrow T = Mg = 5 \cdot 9,8 = 49 \text{ N}$$

A aquesta condició també s'hi pot arribar imposant $m = 0$ en les equacions de l'apartat a). S'obté:

$$\text{Bloc 1: } T - Mg = Ma_1$$

$$\text{Bloc 2: } T - Mg = Ma_2$$

És a dir: $a_1 = a_2$. I com que perquè les masses es puguin moure lligades per la corda inextensible s'ha de complir que $a_1 = -a_2$, l'única possibilitat és que $a_1 = a_2 = 0$.

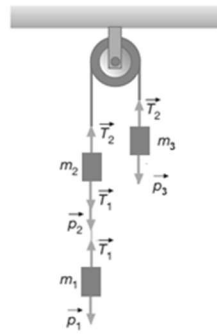
Després del xoc podem obtenir el valor de la tensió a partir del valor de l'acceleració calculat a l'apartat a):

$$T = M(a + g) = 5(0,47 + 9,8) = 51,33 \text{ N}$$

12. Considereu el sistema representat a la figura 3.61 (màquina d'Atwood), en què els dos cossos de l'esquerra tenen unes masses de 385 g cada un, i el de la dreta, de 625 g. Determineu l'acceleració del sistema i les tensions a les dues cordes.

SOLUCIONARI D'ALGUNS EXERCICIS DE LA BATERIA

Diagrama de forces:



Apliquem la segona llei de Newton a cada massa, sumem les equacions obtingudes, i aïllem l'acceleració a i les tensions T_1 i T_2 :

$$\left. \begin{array}{l} m_1 \quad m_1 g - T_1 = m_1 a \\ m_2 \quad m_2 g + T_1 - T_2 = m_2 a \\ m_3 : \quad T_2 - m_3 g = m_3 a \end{array} \right\} m_1 g + m_2 g - m_3 g = m_1 a + m_2 a + m_3 a$$

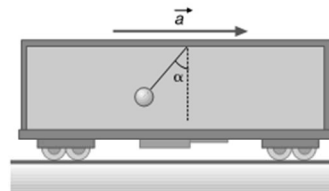
$$a = \frac{m_1 + m_2 - m_3}{m_1 + m_2 + m_3} g = \frac{0,385 + 0,385 + 0,625}{0,385 + 0,385 + 0,625} \cdot 9,8 = 1,02 \text{ m/s}^2$$

$$T_1 = m_1 (g - a) = 0,385 \cdot (9,8 - 1,02) = 3,38 \text{ N}$$

$$T_2 = m_3 (a + g) = 0,385 \cdot (1,02 + 9,8) = 6,76 \text{ N}$$

Com en exercicis anteriors, les tensions T_1 i T_2 també es poden determinar amb l'equació per a m_2 , amb la consideració també comentada que els resultats obtinguts difereixen lleugerament perquè a l'hora de substituir l'acceleració en aquesta equació no s'han tingut en compte tots els decimals, però que cal concloure que ambdós resultats corresponen, en realitat, al mateix valor.

13. Un pèndol es construeix amb una corda de massa negligible i amb una bola de massa 525 g. El pèndol penja del sostre d'un vagó de tren, que porta un moviment rectilini uniformement accelerat, tal com indica la figura 3.62.



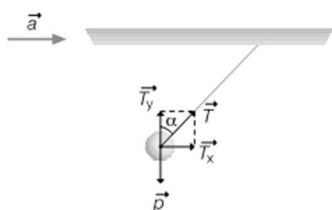
- a) Per què el pèndol està inclinat respecte de la vertical?

El pèndol està inclinat perquè la força neta que actua sobre ell no és nul·la, i, per tant, hi actua una acceleració que fa que el pèndol s'inclini.

- b) Suposem que l'acceleració del vagó és constant i val $3,2 \text{ m/s}^2$, calculeu l'angle que forma la corda amb la vertical.

SOLUCIONARI D'ALGUNS EXERCICIS DE LA BATERIA

L'acceleració val $a = 3,2 \text{ m/s}^2$. Efectuem un diagrama de forces:



Com que l'acceleració només actua en l'eix horitzontal (no hi ha acceleració vertical), la força neta en l'eix vertical és nul·la, mentre que la força neta en l'eix horitzontal és el producte de la massa per l'acceleració.

$$\left. \begin{array}{l} X : \sum F_x = ma \rightarrow T_x = ma \rightarrow T \sin \alpha = ma \\ Y : \sum F_y = 0 \rightarrow T_y - p = 0 \rightarrow T \cos \alpha = mg \end{array} \right\}$$

Dividim aquestes dues últimes equacions, i calculem l'angle α :

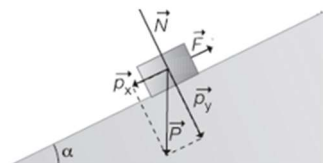
$$\frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} = \frac{ma}{mg} \rightarrow \tan \alpha = \frac{a}{g} = \frac{3,2}{9,8} = 0,326$$
$$\alpha = 18^\circ$$

c) Calculeu la tensió de la corda.

$$T \sin \alpha = ma \rightarrow T = \frac{ma}{\sin \alpha} = \frac{0,525 \cdot 3,2}{\sin 18} = 5,4 \text{ N}$$

Es pot comprovar que s'obté el mateix valor per a la tensió calculant-la amb l'equació per a Y.

16. Un cos de 25 kg de massa puja amb velocitat constant per un pla inclinat que forma un angle de 15° amb l'horitzontal. Sobre el cos actua una força de mòdul F paral·lela al pla inclinat. Si el fregament entre el cos i el pla és negligible, quant val F ?



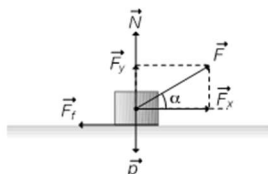
Per determinar F apliquem la segona llei de Newton a l'eix paral·lel al pla inclinat, tenint en compte que $v = \text{constant}$ ($a = 0$):

$$X : \sum F_x = m a \rightarrow F - p_x = 0 \rightarrow$$
$$F = m g \sin \alpha = 25 \cdot 9,8 \cdot \sin 15^\circ = 63,41 \text{ N}$$

SOLUCIONARI D'ALGUNS EXERCICIS DE LA BATERIA

17. Una caixa de 15 kg de massa descansa sobre una superfície horitzontal que presenta un coeficient de fregament estàtic de valor 0,45 i un coeficient de fregament dinàmic de valor de 0,42. Per moure la caixa, l'estirem amb l'ajut d'una corda que forma un angle de 20° amb l'horitzontal.

Diagrama de forces:



Les dades són

$$m = 15 \text{ kg}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

$$\mu_e = 0,45$$

$$\mu_d = 0,42$$

Si suposem que la caixa es mou en la direcció horitzontal, tenim que la normal N és:

$$\left. \begin{array}{l} N + F_y - p = 0 \\ F_x - F_f = ma \end{array} \right\} \rightarrow N = p - F_y = mg - F \sin \alpha$$

- a) Quina força mínima hem de fer perquè la caixa es comenci a moure?

Inicialment, la força de fregament que hi actua és la força de fregament estàtic, i el cos tot just comença a moure's ($a = 0$).

$$\begin{aligned} F_x - F_{fe} &= m \cdot a \rightarrow F_x = F_{fe} = \mu_e N = \mu_e (mg - F \sin \alpha) \rightarrow \\ \rightarrow F \cos \alpha &= \mu_e mg - \mu_e F \sin \alpha \rightarrow F \cos \alpha - F \mu_e \sin \alpha = \mu_e mg \rightarrow \\ \rightarrow F &= \frac{\mu_e mg}{\cos \alpha + \mu_e \sin \alpha} = \frac{0,45 \cdot 15 \cdot 9,8}{\cos 20^\circ + 0,45 \sin 20^\circ} = 60,5 \text{ N} \end{aligned}$$

- b) Quina força hem de fer per moure la caixa amb velocitat constant?

Quan la caixa es mou amb velocitat constant, l'acceleració continua sent nul·la, però la força de fregament que actua és la dinàmica; per tant:

$$F = \frac{\mu_d mg}{\cos \alpha + \mu_d \sin \alpha} = \frac{0,42 \cdot 15 \cdot 9,8}{\cos 20^\circ + 0,42 \sin 20^\circ} = 57 \text{ N}$$

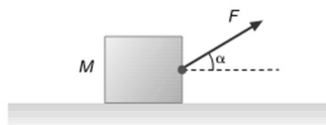
- c) Si la força amb què estirem la corda val 65 N, amb quina acceleració es mou la caixa?

Ara hi ha acceleració, i $F = 65 \text{ N}$:

$$\begin{aligned} F_x - F_{fe} &= ma \rightarrow a = \frac{F \cos \alpha - \mu_d (mg - F \sin \alpha)}{m} \rightarrow \\ \rightarrow a &= \frac{65 \cdot \cos 20^\circ - 0,42(15 \cdot 9,8 - 65 \cdot \sin 20^\circ)}{15} = 0,58 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

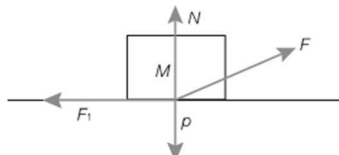
SOLUCIONARI D'ALGUNS EXERCICIS DE LA BATERIA

18. Un cos de massa $M = 40 \text{ kg}$ és a sobre un terra horitzontal amb el qual té una fricció no nul·la. Apliquem una força de mòdul $F = 100 \text{ N}$ al cos que forma un angle $\alpha = 37^\circ$ amb l'horitzontal, i aquest adquireix una acceleració horitzontal d' 1 m/s^2 (fig. 3.67).



- a) Feu un esquema amb totes les forces que actuen sobre el cos. Hi ha entre aquestes forces algun parell d'acció-reacció? Per què?

L'esquema de les forces que actuen sobre la massa M és aquest:



Les forces que actuen sobre M són el pes (p), la normal (N), la força de fregament (F_f) i la força aplicada (F). Entre aquestes, no hi ha cap parell d'acció-reacció perquè totes elles actuen sobre el mateix cos, i els parells de forces d'acció-reacció són forces oposades que actuen sempre sobre cossos diferents.

- b) Quant val el mòdul de la força total que actua sobre el cos? I el de la força normal que el terra fa sobre el cos?

Sabem que en la direcció X té una acceleració d' 1 m/s^2 , mentre que en la direcció Y no hi ha acceleració. El mòdul de la força neta que actua sobre el cos és, segons la segona llei de Newton, igual al producte de la massa per l'acceleració neta. Per tant:

$$|\vec{F}_{\text{neta}}| = M|\vec{a}| = 40 \cdot 1 = 40 \text{ N}$$

Per trobar el valor de la força normal, apliquem la segona llei de Newton en la direcció Y :

$$N + F \sin \alpha - Mg = 0 \rightarrow$$

$$N = 40 \cdot 9,8 - 100 \sin 37^\circ = 331,82 \text{ N} \approx 332 \text{ N}$$

- c) Determineu el valor del coeficient de fricció dinàmic entre el cos i el terra.

Troblem el coeficient de fricció dinàmic aplicant la segona llei de Newton en la direcció X i utilitzant el valor de la força normal:

$$F \cos \alpha - F_f = M \cdot a \rightarrow F \cos \alpha - \mu_d N = M \cdot a$$

$$\mu_d = \frac{F \cos \alpha - M \cdot a}{N} = \frac{100 \cos 37^\circ - 40 \cdot 1}{331,82} = 0,12$$