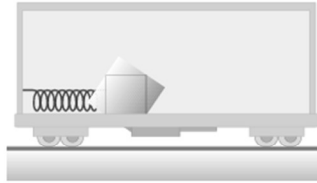
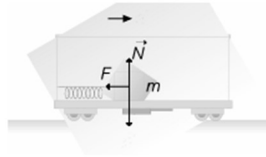


31. En la situació indicada a la figura 3.72, tenim un cos de massa 250 g enganxat a una molla, que va solidària amb un vagó de tren. Si la molla té una constant elàstica de 15 N/m, i no hi ha fregament entre el cos i la superfície del vagó, determineu l'allargament que experimenta en les situacions següents:



Dibuixem el diagrama de forces:



Les dades són:

$$m = 250 \text{ g} = 0,25 \text{ kg}$$

$$k = 15 \text{ N/m}$$

$$\vec{N} = -\vec{p}$$

Apliquem la segona llei de Newton:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{F} + \cancel{\vec{N}} + \cancel{\vec{p}} = m\vec{a} \rightarrow F = ma \rightarrow k\Delta x = m \cdot a$$

- a) El vagó es mou cap a l'esquerra amb acceleració constant d'1,6 m/s².**

$a = -1,6 \text{ m/s}^2 \rightarrow$ L'acceleració és negativa perquè el vagó es mou cap a l'esquerra. Per tant:

$$\begin{aligned} -15 \cdot \Delta x &= 0,25 \cdot (-1,6) \\ \Delta x &= \frac{0,25 \cdot (-1,6)}{-15} = 0,027 \text{ m} = 2,7 \text{ cm} \end{aligned}$$

La molla s'estira 2,7 cm.

- b) El vagó es mou cap a la dreta amb acceleració constant de 2,8 m/s².**

$a = 2,8 \text{ m/s}^2 \rightarrow$ Ara l'acceleració és positiva (el vagó es mou cap a la dreta). Per tant:

$$\begin{aligned} -15 \cdot \Delta x &= 0,25 \cdot 2,8 \\ \Delta x &= \frac{0,25 \cdot 2,8}{-15} = -0,047 \text{ m} = -4,7 \text{ cm} \end{aligned}$$

La molla es comprimeix 4,7 cm.

- c) El vagó està en repòs.**

$a = 0 \rightarrow$ El vagó està en repòs. Per tant:

$$-15 \cdot \Delta = 0,25 \cdot 0 \rightarrow \Delta x = 0$$

La molla roman amb la seva longitud en repòs.

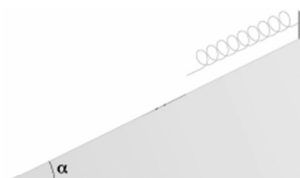
32. Una molla té una constant elàstica de valor 250 N/m i està situada paral·lelament a un pla inclinat un angle de 50°. La molla està fixada a la part superior del pla i pengem del seu extrem inferior un cos de massa desconeguda. Si la molla s'allarga una longitud de 7,5 cm, quant val la massa del cos, si suposem que no hi ha fregament? Trieu la resposta correcta:

a) 2,5 kg b) 4,6 kg c) 1,7 kg d) 3,4 kg

L'opció correcta és la a) 2,5 kg.

Comprovem-ho:

Diagrama de forces:



Les dades són:

$$k = 250 \text{ N/m}$$

$$\alpha = 50^\circ$$

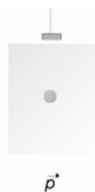
$$\Delta x = 7,5 \text{ cm} = 0,075 \text{ m}$$

$$\vec{N} = -\vec{p}_y$$

Segona llei de Newton:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= m\vec{a} \rightarrow \vec{F} + \vec{N} + \vec{p}_y + \vec{p}_x = m\vec{a} \\ \vec{F} + \vec{p}_x &= 0 \rightarrow F - p_x = 0 \rightarrow F = p_x \rightarrow \\ &\rightarrow k\Delta x = mg \sin \alpha \rightarrow \\ \rightarrow m &= \frac{k\Delta x}{g \sin \alpha} = \frac{250 \cdot 0,075}{9,8 \cdot \sin 50^\circ} = 2,5 \text{ kg} \end{aligned}$$

33. Una persona és a dins d'un ascensor al damunt d'una bàscula calibrada en newtons.



La força que indica la balança és la força normal, N . Si apliquem la segona llei de Newton, tenim:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= m\vec{a} \rightarrow \vec{N} + \vec{p} = m\vec{a} \rightarrow \\ \rightarrow N - p &= ma \rightarrow N = mg + ma \rightarrow N = m(g + a) \end{aligned}$$

- a) Si l'ascensor puja amb acceleració de 3,1 m/s² i la bàscula assenyala 774 N, quina és la massa de la persona?

$$\left. \begin{aligned} a &= 3,1 \text{ m/s}^2 \\ N &= 774 \text{ N} \end{aligned} \right\} N = m(g + a) \rightarrow$$

$$774 = m(9,8 + 3,1) \rightarrow m = \frac{774}{12,9} = 60 \text{ kg}$$

b) En quina situació la bàscula indica 522 N?

$$N = 522 \text{ N} \rightarrow 522 = 60(9,8 + a) \rightarrow$$

$$a = \frac{522}{60} - 9,8 = -1,1 \text{ m/s}^2$$

És a dir, quan l'ascensor baixa amb una acceleració de $-1,1 \text{ m/s}^2$.

c) En quina situació la bàscula indica exactament el pes de la persona?

$$N = p = mg = 60 \cdot 9,8 = 588 \text{ N}$$

$$588 = 60(9,8 + a) \rightarrow a = 0$$

Quan l'ascensor puja o baixa a velocitat constant. O quan l'ascensor està quiet.

d) En quina situació indica 0?

$$N = 0 \rightarrow g + a = 0 \rightarrow a = -g = -9,8 \text{ m/s}^2$$

Quan l'ascensor cau lliurement.

34. Un bloc de 2 kg de massa està lligat a l'extrem d'un fil de 20 cm i es troba damunt d'una taula horitzontal sense fregament; l'altre extrem del fil està fixat a la taula. Calculeu la tensió del fil si el fem girar a 5 rpm.

Com que no hi ha fregament, la tensió és igual a la força centrípeta:

$$T = ma_c = m\omega^2 R = 2 \text{ kg} \left(5 \frac{2\pi}{1 \text{ rev}} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right)^2 \cdot 0,2 \text{ m} = 0,11 \text{ N}$$

35. Una massa d'1 kg situada sobre una taula que no presenta fregament s'uneix a una altra massa de 4 kg mitjançant una corda que passa per un forat fet al mig de la taula. El cos de 4 kg està en repòs, mentre que el d'1 kg descriu un moviment circular uniforme amb un radi de 0,1 m.

a) Feu un esquema de les forces que actuen sobre cada cos i especifiqueu-hi les relacions que hi ha entre elles.

Diagrama de forces:



b) Calculeu la velocitat amb què es mou el primer cos.

Apliquem la 2a llei de Newton a cada massa:

$$\left. \begin{array}{l} p_2 = T \\ T = m_1 \frac{v^2}{R} \end{array} \right\} p_2 = m_1 \frac{v^2}{R} \rightarrow 4 \cdot 9,8 = \frac{v^2}{0,1} \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{4 \cdot 9,8 \cdot 0,1} = 1,98 \text{ m/s}$$

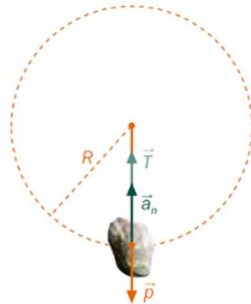
c) Indiqueu quines són les acceleracions tangencial i normal del primer cos.

$$a_t = 0$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{1,98^2}{0,1} = 39,2 \text{ m/s}^2$$

36. Es fa girar en un pla vertical una pedra de 3 kg que està enganxada a un fil de 2 m de longitud. Calculeu:

- a) La tensió de la corda quan el cos passa per la part més baixa de la trajectòria amb una velocitat de 20 m/s.



A la part més baixa tant la tensió com el pes tenen la direcció de l'eix Y, on T i a_c són positives, i p negativa. Apliquem la 2a llei de Newton:

$$T - p = ma_c \rightarrow T = mg + m \frac{v^2}{R} \rightarrow T = 3 \left(9,8 + \frac{20^2}{2} \right) = 629,4 \text{ N}$$

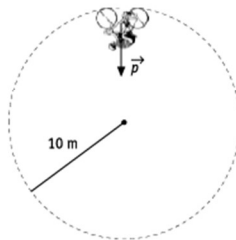
- b) La mínima velocitat que pot tenir en el punt més alt, de manera que el cos pugui seguir girant.

La velocitat mínima correspon a l'acceleració centrípeta mínima, és a dir, a una tensió nul·la:

$$p = ma_{c \text{ mín}} \rightarrow mg = m \frac{v_{\text{mín}}^2}{R} \rightarrow v = \sqrt{Rg} = \sqrt{2 \cdot 9,8} = 4,43 \text{ m/s}$$

38. Quina velocitat mínima ha de dur un ciclista per poder efectuar un ris de la mort de 10 m de radi, tal com mostra la figura 3.73?

La velocitat mínima correspon a l'acceleració centrípeta mínima, és a dir, a una força normal nul·la:



$$p = m \frac{v^2}{R} \rightarrow mg = m \frac{v^2}{R} \rightarrow v = \sqrt{gh} = \sqrt{9,8 \cdot 10} = 9,9 \text{ m/s}$$

39. En un parc d'atraccions hi ha un rotor de radi 5 m, dins del qual se situen cinc persones que es recolzen a la paret interior. Quan el cilindre gira al voltant del seu eix, les persones que són a dintre queden encastades a la paret, que presenta un coeficient de fregament d'1:

- a) Quina és la velocitat angular mínima del cilindre perquè pugui girar en un pla vertical sense que ningú se separi de la paret?

Diagrama de forces:



Apliquem la 2a llei de Newton a cada eix:

$$\left. \begin{array}{l} N = m\omega^2 R \\ p = F_f \end{array} \right\} \rightarrow p = \mu N \rightarrow N = \frac{p}{\mu}$$

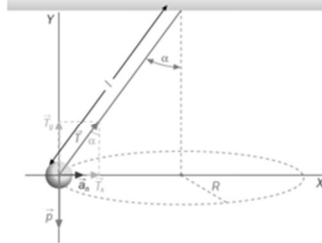
$$\begin{aligned} \frac{p}{\mu} &= m\omega^2 R \rightarrow \frac{mg}{\mu} = m\omega^2 R \rightarrow \\ \rightarrow \omega &= \sqrt{\frac{g}{R\mu}} = \sqrt{\frac{9,8}{5}} = 1,4 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

- b) En el supòsit anterior, quina força exerceix el cilindre sobre les cinc persones que hi van a dins, si cada una d'elles té una massa de 55 kg?

$$N = m\omega^2 R = 5 \cdot 55 \cdot 1,4^2 \cdot 5 = 2695 \text{ N}$$

40. Una bola de 25 g de massa està lligada a l'extrem d'una corda de 56 cm de llarg, i gira en un pla vertical amb una velocitat angular constant de manera que efectua 5 voltes en 7 s. Determineu l'angle que forma la corda amb la vertical, el valor de la força centrípeta que fa girar la bola i la tensió de la corda.

Diagrama de forces:



Les dades són:

$$m = 25 \text{ g} = 0,025 \text{ kg}$$

$$r = 56 \text{ cm} = 0,56 \text{ m}$$

$$f = 5 \text{ voltes}/7 \text{ s} = 0,714 \text{ Hz}$$

Calculem la velocitat angular amb què gira la bola a partir del valor de f :

$$\omega = 2 \pi f = 2 \cdot \pi \cdot 0,714 = 4,49 \text{ rad/s}$$

Apliquem la segona llei de Newton a cada eix, dividim les equacions i aïllem α :

$$X : T_x = ma \rightarrow T \sin \alpha = m\omega^2 r$$

$$Y : T_y - p = 0 \rightarrow T \cos \alpha = mg$$

$$\frac{T \cos \alpha}{T \sin \alpha} = \frac{m\omega^2 r}{mg} \rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 r}{g} \rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega^2 r}{g} \right)$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{4,49^2 \cdot 0,56}{9,8} \right) = 49^\circ$$

La força centrípeta F_c que fa girar la bola és:

$$F_c = m \omega^2 r = 0,025 \cdot 4,49^2 \cdot 0,56 = 0,28 \text{ N}$$

Calculem la tensió T amb l'equació per a Y :

$$T = \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{0,025 \cdot 9,8}{\cos 49^\circ} = 0,37 \text{ N}$$

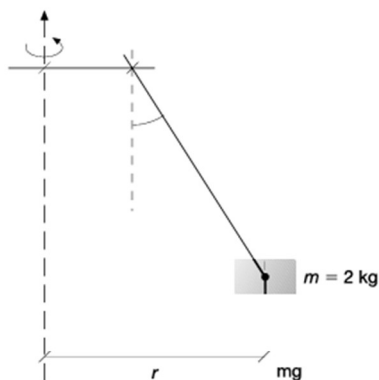
(La tensió T també es pot calcular amb l'equació per a X .)

41. El muntatge d'una atracció de fira consisteix en una anella horitzontal de 3 m de radi, de la qual pengen cordes de 4 m de longitud i massa negligible. A l'extrem de cada corda hi ha una cadireta de 2 kg de massa. L'anella gira a velocitat angular constant, al voltant d'un eix vertical que passa pel seu centre (fig. 3.74).



- a) Calculeu la velocitat angular de l'anella quan la corda d'una cadireta buida forma un angle de 37° amb la vertical.

Diagrama de forces:



Calculem el radi de la trajectòria tenint en compte que al radi de la plataforma superior s cal sumar la distància $r_1 = l \sin \theta$, i apliquem la 2a llei de Newton a cada eix:

$$r = s + l \sin \theta = 5,4 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} T \sin \theta = m \omega^2 r \\ T \cos \theta - mg = 0 \end{array} \right\} \omega^2 = \frac{g \tan \theta}{r} \rightarrow \omega = 1,17 \text{ rad/s}$$

b) En les condicions anteriors, calculeu la tensió de la corda.

$$T = \frac{mg}{\cos \theta} \rightarrow T = 24,6 \text{ N}$$

c) Si la tensió màxima que poden suportar les cordes sense trencar-se és de 796 N i l'atracció gira a la velocitat adequada perquè la corda continui formant un angle de 37° amb la vertical, quin és el pes màxim que pot tenir un usuari de l'atracció sense que es trenqui la corda? A quina massa (en kg) correspon aquest pes màxim? Considereu $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Apliquem l'expressió anterior per a l'eix Y tenint en compte que ara $T' = 796 \text{ N}$ i que la massa total és $m + M$:

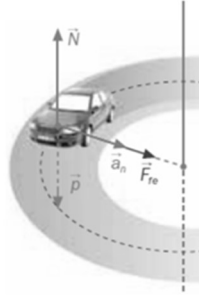
$$\begin{aligned} T' \cos \theta - (m + M)g &= 0 \rightarrow Mg = T' \cos \theta - mg \rightarrow \\ &\rightarrow Mg = 616,1 \text{ N} \\ M &= 62,8 \text{ kg} \end{aligned}$$

42. Un automòbil de massa 1 400 kg circula per una carretera horitzontal i de sobte descriu una corba de radi en 70 m de radi a una velocitat constant de 60 km/h. El coeficient de fregament estàtic entre els pneumàtics i el terra val 0,5.

a) Quina és la força de fregament necessària perquè l'automòbil pugui prendre la corba a la velocitat indicada?

b) L'automòbil, pot prendre la corba sense derrapar?

Diagrama de forces:



La dades són:

$$m = 1\,400\text{ kg}$$

$$r = 170\text{ m}$$

$$v = 60\text{ km/h} = 16,667\text{ m/s}$$

Apliquem la segona llei de Newton a l'eix X:

$$F_c = ma_n \rightarrow F_{fe} = m \frac{v^2}{r} = 1\,400 \cdot \frac{16,667^2}{170} = 2\,288\text{ N}$$

La força de fregament màxima és:

$$F_{f\text{ màx}} = \mu_e mg = 0,5 \cdot 1\,500 \cdot 9,8 = 6\,300\text{ N}$$

Com que $F_{f\text{ màx}} > F_c$, l'automòbil pot donar la corba sense derrapar.