

17. Donats els vectors $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ i $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, calculeu:

a) El vector $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

$$\begin{array}{r} \vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j} \\ + \vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k} \\ \hline \vec{c} = 7\vec{i} - \vec{j} - \vec{k} \end{array}$$

b) Els vectors unitaris de $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$.

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5 \\ b &= \sqrt{3^2 + 2^2 + (-1)^2} = 3,74 \\ c &= \sqrt{7^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = 7,14 \\ \vec{u}_a &= \frac{4}{5}\vec{i} - \frac{3}{5}\vec{j} = 0,8\vec{i} - 0,6\vec{j} \\ \vec{u}_b &= \frac{3}{3,74}\vec{i} + \frac{2}{3,74}\vec{j} - \frac{1}{3,74}\vec{k} = 0,8\vec{i} + 0,53\vec{j} - 0,27\vec{k} \\ \vec{u}_c &= \frac{7}{7,14}\vec{i} - \frac{1}{7,14}\vec{j} - \frac{1}{7,14}\vec{k} = 0,98\vec{i} - 0,14\vec{j} - 0,14\vec{k} \end{aligned}$$

16. Calculeu els components cartesianes d'un vector $\vec{u}$ que sigui unitari i que tingui la mateixa direcció, però sentit contrari que el vector: $\vec{a} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$.

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \\ \vec{u}_a &= \frac{-3\vec{i} + 4\vec{j}}{5} = -0,6\vec{i} + 0,8\vec{j} \\ \vec{u}_{-a} &= 0,6\vec{i} - 0,8\vec{j} \end{aligned}$$

19. Trobeu l'angle més petit que formen els vectors següents: $\vec{a} = \vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$.

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} \vec{a} = \vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k} \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} \vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \alpha \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \end{array} \right\} \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + (-1) \cdot 4 = 7 \\ a = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-1)^2} = 4,24 \\ b = \sqrt{3^2 + 2^2 + 4^2} = 5,38 \\ \cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a \cdot b} = \frac{7}{4,24 \cdot 5,38} = 0,31 \Rightarrow \alpha = 72,13^\circ \end{aligned}$$