

2. Des d'un penya-segat de 10 m d'alçada es llença una pedra de 500 g amb una velocitat de 20 m/s. Suposant que no hi ha fregament amb l'aire, completa la taula següent. Amb quina velocitat impacta a terra?

Sabem que en un camp gravitatori, negligint el fregament, es conserva l'energia mecànica. Per tant, quan llencem una pedra, independentment de l'angle de tir, la seva energia mecànica sempre és la mateixa.

Altura (m)	E_c (J)	E_p (J)	E (J)
10	100	49	149
6	119,6	29,4	149
2	139,2	9,8	149
0	149	0	149

Just quan llencem la pedra des d'una alçada de 10 m té energia cinètica i potencial:

$$E_p = 0,5 \cdot 9,8 \cdot 10 = 49 \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 20^2 = 100 \text{ J}$$

$$E = 149 \text{ J}$$

Quan es troba a 6 m d'alçada, l'energia potencial, la mecànica i la cinètica són:

$$E_p = 0,5 \cdot 9,8 \cdot 6 = 29,4 \text{ J}$$

$$E = 149 \text{ J}$$

$$E_c = 149 - 29,4 = 119,6 \text{ J}$$

Quan es troba a 2 m d'alçada, l'energia potencial, la mecànica i la cinètica són:

$$E_p = 0,5 \cdot 9,8 \cdot 2 = 9,8 \text{ J}$$

$$E = 149 \text{ J}$$

$$E_c = 149 - 9,8 = 139,2 \text{ J}$$

I just un moment abans d'impactar a terra, tota l'energia mecànica és de tipus cinètic:

$$E_p = 0 \text{ J}$$

$$E = 149 \text{ J}$$

$$E_c = 149 \text{ J}$$

La velocitat un instant abans de tocar a terra és:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 149}{0,5}} = 24,4 \text{ m/s}$$

3. Un ascensor es troba aturat en el cinquè pis d'un edifici. Si cada pis té una alçada de 4 m i es trenca el cable de l'ascensor, calculeu:

a) La velocitat amb què l'ascensor arribarà a terra.

$$E_{p0} = E_c \rightarrow mgh_0 = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{2gh_0} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 5 \cdot 4} = 19,8 \text{ m/s}$$

b) La posició que tindrà l'ascensor respecte del terra quan dugui una velocitat de 18 km/h.

$$18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$$

$$E_{p0} = E_{p1} + E_{c1} \rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = 9,8 \cdot 20 = 9,8 h_1 + \frac{1}{2} \cdot 5^2 \rightarrow h_1 = 18,7 \text{ m}$$

c) Com es modificarien les respostes anteriors si l'ascensor dugués una velocitat de 30 km/h en el moment en què es trenca el cable?

Primer expressem la velocitat en unitats del SI:

$$30 \text{ km/h} = 8,33 \text{ m/s}$$

En aquesta nova situació, cal afegir una energia cinètica inicial quan l'ascensor es troba al cinquè pis, és a dir, a 20 m del terra.

Per tant, la velocitat amb què arriba a terra és:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 8,33^2 + m \cdot 9,8 \cdot 20 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot 8,33^2 + 9,8 \cdot 20 = \frac{1}{2} \cdot v^2 \Rightarrow v = 21,5 \text{ m/s}$$

Aquest resultat és vàlid tant

si l'ascensor està pujant com si està baixant en el moment en què es trenca el cable ja que, si puja, quan torna a passar pel mateix punt porta la mateixa velocitat.

Ara busquem l'altura a la qual es troba quan la seva velocitat és de 18 km/h = 5 m/s. Aquest valor de velocitat és menor que la velocitat inicial i només es pot assolir en el cas que l'ascensor estigui pujant en el moment en què es trenca el cable. Si l'ascensor estigués baixant, com que l'energia potencial gravitatòria va disminuint i l'energia cinètica va augmentant, no hi hauria cap punt del recorregut en el qual l'ascensor es mogués a 5 m/s.

Així, doncs, l'ascensor està pujant en el moment que es trenca el cable. Ja sabem, per cinemàtica, que l'ascensor segueix pujant cada vegada a menor velocitat fins a

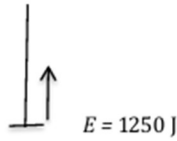
assolir la velocitat zero i, tot seguit, segueix una caiguda lliure. Busquem en quin punt del recorregut la velocitat val 5 m/s aplicant la conservació de l'energia:

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{c1} + E_{p1} \rightarrow h = h_0 + \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g} = 20 + \frac{8,33^2 - 5^2}{2 \cdot 9,8} = 22,3 \text{ m}$$

Quan té una velocitat de 5 m/s, l'ascensor es troba en un punt situat entre el cinquè pis i el sisè pis.

4. Llançem des del terra, verticalment cap amunt, amb una energia mecànica de 1250 J, un cos de 5 kg. Calculeu;

a) L'altura màxima que assolirà el cos és:



$$E = mgh \rightarrow h = \frac{E}{mg}$$

$$h = \frac{1250}{5 \cdot 9,8} = 25,51 \text{ m}$$

b) La velocitat de llançament és:

$$E = E_c = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1250}{5}} = 22,36 \text{ m/s}$$

c) En quina altura es posicionarà el cos quan vagi a 10 m/s?

Com que l'energia mecànica es conserva, podem deduir que:

$$1250 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 9,8 \cdot h \Rightarrow h = 20,4 \text{ m}$$

7. Sobre una superfície horitzontal hi ha un objecte de massa 200 g unit a una

molla de constant elàstica 2000 N/m. Si separem l'objecte 10 cm de la posició d'equilibri i el deixem anar sense tenir en compte el fregament, calculeu la velocitat quan:

$$m = 200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg}$$

$$\Delta l_0 = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$k = 2000 \text{ N/m}$$

Com que totes les forces que actuen són conservatives podem aplicar la conservació de l'energia mecànica.

a) El cos passa per la posició d'equilibri.

$$E_0 = E_f \rightarrow \frac{1}{2}m \cdot 0^2 + \frac{1}{2}k \cdot \Delta l_0^2 = \frac{1}{2}m \cdot v^2 + \frac{1}{2}k \cdot 0^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m} \cdot \Delta l_0^2} = \sqrt{\frac{2000}{0,2}} \cdot 0,1 = 10 \text{ m/s}$$

b) El cos es troba a 5 cm de la posició d'equilibri.

$$E_0 = E_f \rightarrow \frac{1}{2}m \cdot 0^2 + \frac{1}{2}k \cdot \Delta l_0^2 = \frac{1}{2}m \cdot v^2 + \frac{1}{2}k \cdot \Delta l^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}(\Delta l_0^2 - \Delta l^2)} = \sqrt{\frac{2000}{0,2}(0,1^2 - 0,05^2)} = 8,66 \text{ m/s}$$

8. El mecanisme d'una pistola de joguina té una molla de constant elàstica de valor 150 N/m, si la comprimim 5 cm per carregar-la. Calculeu la velocitat que comunicarà a un projectil de 10 g, negligint el fregament.

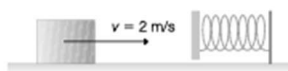
Es compleix el principi de conservació de l'energia mecànica, ja que la força elàstica és una força conservativa. Per tant:

$$E_0 = E_f \rightarrow E_{pe} = E_c \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 150 \cdot 0,05^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,01 \cdot v^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = 0,05 \cdot \sqrt{\frac{150}{0,01}} = 6,12 \text{ m/s}$$

9. Un bloc de 3 kg de massa avança a 2 m/s sobre una superfície horitzontal sense fregament. Si en el camí es troba una molla de constant elàstica 40 N/m, quina és la compressió màxima de la molla?



$$E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} kx^2$$

$$x = v \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \sqrt{\frac{3}{40}} = 0,55 \text{ m}$$

10. Disposem d'una molla de constant elàstica 500 N/m. Si la comprimim 20 cm

amb un cos de 2 kg i tot seguit la deixem lliure, calculeu:

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$k = 500 \text{ N/m}$$

$$\Delta l_0 = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

- a) La velocitat de sortida del cos.

Apliquem la conservació de l'energia:

$$E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2} k \Delta l^2 = \frac{1}{2} mv^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}} \Delta l = \sqrt{\frac{500}{2}} \cdot 0,2 = 3,16 \text{ m/s}$$

- b) La distància que recorre el cos si puja per un pla inclinat de 45°, sense fregament.

Per determinar la distància recorreguda primer calcularem, fent ús de la conservació de l'energia, l'altura a què arribarà el cos.

$$E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2} mv^2 = mg \Delta y \rightarrow$$

$$\rightarrow \Delta y = \frac{v^2}{2g} = \frac{3,16^2}{2 \cdot 9,8} = 0,51 \text{ m}$$

Com que el cos puja per un pla inclinat de 45° la distància recorreguda serà:

$$d = \frac{\Delta y}{\sin 45^\circ} = 0,72 \text{ m}$$

4. Una nedadora de massa m salta d'un trampolí de 5 m d'altura. Calculeu la velocitat amb què arriba a l'aigua si es deixa caure i si es llança amb una velocitat inicial de 18 km/h.

$$18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$$

$$E_{p0} = E_{cf} \rightarrow mgh_0 = \frac{1}{2}mv_f^2 \rightarrow v_f = \sqrt{2gh_0} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_f = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 5} = 9,90 \text{ m/s}$$

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{cf}$$

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 \rightarrow gh_0 + \frac{1}{2}v_0^2 = \frac{1}{2}v_f^2$$

$$9,8 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 5^2 = \frac{1}{2}v_f^2 \rightarrow v_f = 11,09 \text{ m/s}$$

9. Si comprimim 30 cm una molla de constant elàstica 80 N/m situada en un pla horitzontal i, d'aquesta manera, es dispara un cos de 250 g, calculeu l'altura que assoleix aquest en el pla inclinat (fig. 6.29) si no tenim en compte el fregament.



$$E_{pe} = E_{pg} \rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = mgh \rightarrow h = \frac{kx^2}{2mg} = \frac{80 \cdot 0,3^2}{2 \cdot 0,25 \cdot 9,8} = 1,47 \text{ m}$$

11. Calculeu el treball necessari per tal que un bloc de massa 5 kg inicialment en repòs i situat sobre una superfície horitzontal sense fregament, lligat d'una corda de 20 cm de llargada fixada per l'altre extrem, comenci a girar fins que assoleixi una velocitat angular de 2 rps. Cal aportar més treball per mantenir aquesta velocitat? Justifiqueu la resposta aplicant el principi de conservació de l'energia.

Passem prèviament la velocitat angular a lineal:

$$v = \frac{2 \text{ voltes}}{1 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ volta}} \cdot 0,2 \text{ m} = 0,8\pi \text{ m/s}$$

El treball necessari per aconseguir la velocitat de 2 rps és, segons el teorema del treball:

$$\Delta E_c = W \rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (0,8\pi)^2 = 15,8 \text{ J}$$

No caldrà fer més treball per mantenir la mateixa velocitat ja que $\Delta E_p + \Delta E_c = 0$.