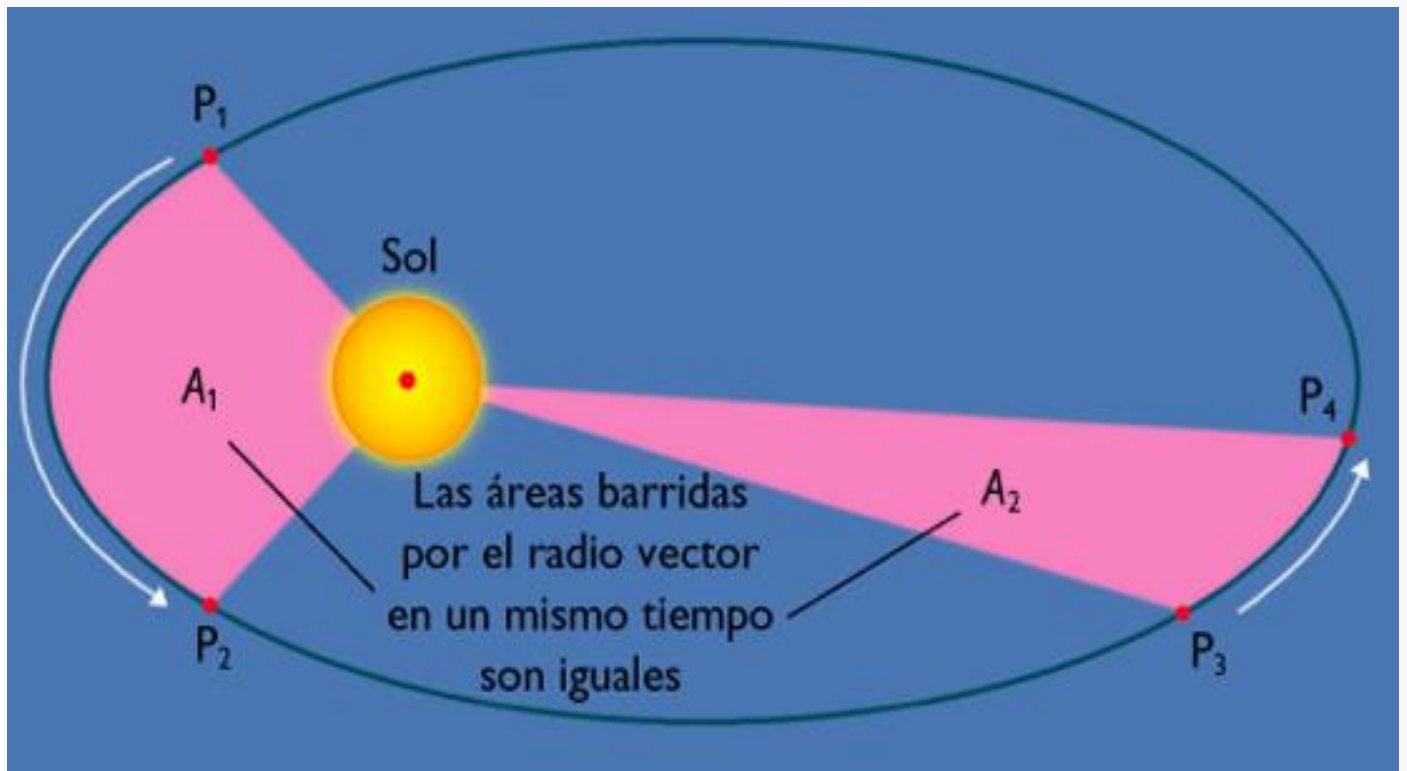


Lleis de Kepler



Representació de la primera i la segona lleis de Kepler. Podem veure, en primer lloc, com el Sol se situa en un dels focus. En segon lloc, com en temps iguals les àrees escombrades per el planeta són iguals. Per tant, el planeta es mourà de pressa a prop del Sol i lentament lluny.

Les **lleis de Kepler** van ser enunciades per [Johannes Kepler](#) per a descriure el moviment dels planetes en les seves òrbites al voltant del [Sol](#).

- **1a Llei** (1609): Tots els planetes es desplacen al voltant del Sol descrivint òrbites el·líptiques, estant el Sol situat en un dels focus de la dita el·lipse.
- **2a Llei** (1609): El **radivector** que uneix el planeta amb el Sol, escombra àrees iguals en temps iguals. Per tant, el planeta es desplaça més ràpidament quan està en el **periheli** que quan està en l'**afeli** (veure figura). Aquesta llei és conseqüència de la llei de conservació del **moment angular**, la qual és conseqüència de les **lleis de Newton**.
- **3a Llei** (1618): Per a qualsevol planeta, el quadrat del seu **període orbital** o temps que tarda a donar un retorn al Sol, és directament proporcional al cub de la distància mitjana amb el Sol o el cos al voltant del qual gira un altre cos: $T^2 = k \cdot R^3$. (sent T el període orbital; R la distància mitjana; k aproximadament igual a $1 \text{ any}^2/\text{UA}^3$). Com major és la distància mitjana entre un planeta i el Sol, més temps tarda a completar la seva òrbita.

Aquestes lleis s'apliquen a qualsevol cos orbitant al voltant d'un altre (per exemple la [Lluna](#) o els satèl·lits artificials i la [Terra](#)), sempre que negligim la influència de tercers

cossos. Quan no parlem d'orbitar al voltant del Sol, la constant k esmentada a la tercera llei prendrà un altre valor, que serà proporcional a la **massa** del cos central.

Formulació de Newton de la III llei de Kepler

Kepler no va presentar les seves lleis en forma neta i concisa, sinó en llibres que contien gran quantitat de detalls i inclús especulacions metafísiques. Va ser **Isaac Newton** el que va extreure les lleis dels seus escrits, i les va relacionar amb els seus propis descobriments, donant-li sentit físic al que eren simplement lleis **empíriques**. Newton va deduir:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} R^3 \quad \text{on:}$$

- T és el **període orbital**.
- R és el **semieix major** de l'el·lipse.
- G és la **constant gravitatòria universal** igual a $6,67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s}$
- M és la **massa** del cos central.

Newton va descobrir la llei de la **gravitació universal** i va poder desenvolupar, a partir d'aquesta, la 3a llei de Kepler (veure més amunt). Kepler va obtenir aquesta llei empíricament, és a dir, obtenint dades i formulant una conclusió, procedint pel mètode inductiu; mentre que Newton va obtenir aquesta llei racionalment i matemàticament, deduint-la a partir de la seva llei de la gravitació universal. La 3a llei de Kepler és pot expressar matemàticament d'aquesta manera:

$$T^2 = kR^3$$

On T és el període, R és la distància mitjana d'un cos que gira a un altre al voltant del qual gira i k és una constant que equival, més o menys, per al Sol com a massa central i la Terra com a planeta, a $2,95 \cdot 10^{-19} s^2 \cdot m^{-3}$, o el que és el mateix a $1 \text{ any}^2/UA^3$.

La reformulació matemàtica de la llei de la gravitació universal que el va dur a aquesta llei anterior és la següent:

Primerament tenim la llei de la gravitació universal,

$$\vec{F} = G \frac{Mm}{R^2} = \frac{mv^2}{R}$$

Com que $v = \frac{2\pi R}{T}$ substituïm v i simplifiquem l'expressió,

$$G \frac{Mm}{R^2} = \frac{m4\pi^2 R^2}{RT^2} \Rightarrow G \frac{M}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} R^3$$

On $4\pi^2/GM$ és la constant k de la 3a llei de Newton esmentada abans.
Així ens queda finalment,

$$T^2 = kR^3$$