

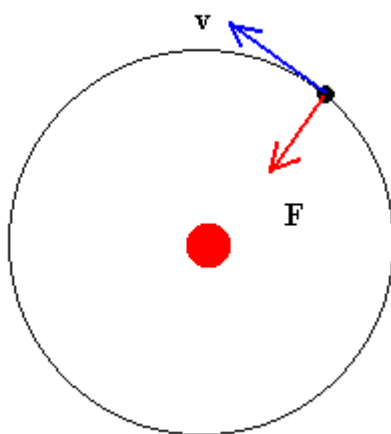
El descubrimiento de la Ley de la Gravitación Universal

Un momento culminante en la historia de la Física fue el descubrimiento realizado por Isaac Newton de la Ley de la Gravitación Universal: todos los objetos se atraen unos a otros con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa sus centros. Al someter a una sola ley matemática los fenómenos físicos más importantes del universo observable, Newton demostró que la física terrestre y la física celeste son una misma cosa. El concepto de gravitación lograba de un solo golpe:

- Revelar el significado físico de las tres leyes de Kepler sobre el movimiento planetario.
- Resolver el intrincado problema del origen de las mareas
- Dar cuenta de la curiosa e inexplicable observación de Galileo Galilei de que el movimiento de un objeto en caída libre es independiente de su peso.

La naturaleza cuadrático inversa de la fuerza centrípeta para el caso de órbitas circulares, puede deducirse fácilmente de la [tercera ley de Kepler](#) sobre el movimiento planetario y de la dinámica del movimiento circular uniforme:

1. Según la tercera ley de Kepler el cuadrado del periodo P es proporcional al cubo del semieje mayor de la elipse, que en el caso de la circunferencia es su propio radio r , $P^2 = kr^3$.
2. La [dinámica del movimiento circular uniforme](#), nos dice que en una trayectoria circular, la fuerza que hay que aplicar al cuerpo es igual al producto de su masa por la aceleración normal, $F = mv^2/r$.
3. El tiempo que tarda un planeta en dar una vuelta completa es el cociente entre la longitud de la circunferencia y la velocidad, $P = 2\pi r/v$.



Combinando estas expresiones, obtenemos

$$F = \frac{mv^2}{r} = m \left(\frac{2\pi r}{P} \right)^2 \frac{1}{r} = 4\pi^2 m \left(\frac{r^3}{P^2} \right) \frac{1}{r^2} = 4\pi^2 m k \frac{1}{r^2}$$

Vemos que la fuerza F que actúa sobre el planeta en movimiento circular uniforme es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r desde el centro de fuerzas al centro del planeta.

Newton comparó la aceleración centrípeta de la Luna con la aceleración de la gravedad $g=9.8 \text{ m/s}^2$. La aceleración centrípeta de la Luna es $a_c = v^2/r = 4\pi^2 r/P^2$, con $r=3.84 \cdot 10^8 \text{ m}$ y $P=28 \text{ días} = 2.36 \cdot 10^6 \text{ s}$, se obtiene $a_c = 2.72 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$. Por consiguiente,

$$\frac{g}{a_c} = 3602 \approx (60)^2$$

Como el radio de la Tierra es $6.37 \cdot 10^6$ m, y el radio de la órbita de la Luna es $3.84 \cdot 10^8$ m, tenemos que

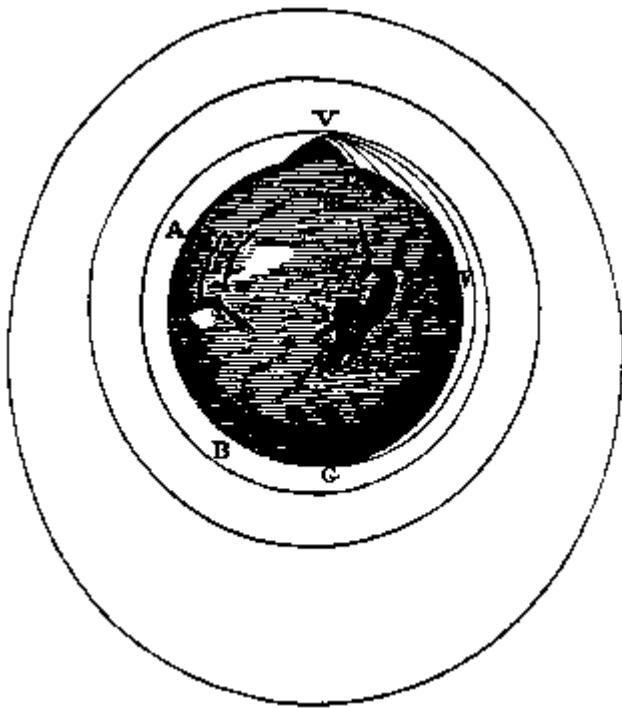
$$\left(\frac{r}{R}\right)^2 = \left(\frac{384}{6.37}\right)^2 \approx (60)^2$$

Por tanto,

$$\left(\frac{g}{a_c}\right) = \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

Las aceleraciones de ambos cuerpos están en razón inversa del cuadrado de las distancias medidas desde el centro de la Tierra.

Descripción



En la física anterior a Newton una manzana cae verticalmente hacia la Tierra en una trayectoria rectilínea, mientras que la Luna describe una órbita casi circular, que es una trayectoria cerrada. ¿Cómo estas dos categorías de movimientos pueden estar relacionadas?

Si la manzana que caía verticalmente es empujada por la fuerza del aire, su trayectoria ya no será rectilínea sino el arco de una curva. Por ejemplo un proyectil disparado desde un cañón describe una trayectoria parabólica tal como se observaba en el siglo XVII en el que vivió Newton. El salto conceptual que llevó a cabo Newton fue el de imaginar que los proyectiles podrían ser disparados desde lo alto de una montaña describiendo trayectorias elípticas (siendo la parábola una aproximación de la elipse).

Por tanto, la manzana y la Luna están cayendo, la diferencia es que la Luna tiene un movimiento de caída permanente, mientras que la manzana choca con la superficie de la Tierra.

Una misma causa produce, por tanto, los movimientos de los cuerpos celestes y terrestres. Un dibujo que aparece en muchos libros de texto, tomado del libro de Newton "El sistema del mundo", ilustra esta unificación.

"Si consideramos los movimientos de los proyectiles podremos entender fácilmente que los planetas pueden ser retenidos en ciertas órbitas mediante fuerzas centrípetas; pues una piedra

proyectada se va apartando de su senda rectilínea por la presión de su propio peso y obligada a describir en el aire una curva, cuando en virtud de la sola proyección inicial habría debido continuar dicha senda recta, en vez de ser finalmente atraída al suelo; y cuanto mayor es la velocidad con la cual resulta ser proyectada más lejos llega, antes de caer a tierra. Podemos por eso suponer que la velocidad se incrementa hasta que la piedra describa un arco de 1, 2, 5, 10, 100, 1000 millas antes de caer, de forma que al final, superando los límites de la Tierra, pasará al espacio sin tocarla...

En la figura, se representan las curvas que un cuerpo describiría si fuese proyectado en dirección horizontal desde la cima de una alta montaña a más y más velocidad. Puesto que los movimientos celestes no son prácticamente retardados por la pequeña o nula resistencia de los espacios donde tienen lugar, supongamos, para conservar la analogía de los casos, que en la Tierra no hubiera aire, o al menos que éste está dotado de un poder de resistencia nulo o muy pequeño.

Entonces, por la misma razón que un cuerpo proyectado con menos velocidad describe el arco menor y, proyectado con más velocidad, un arco mayor, al aumentar la velocidad, terminará por llegar bastante más allá de la circunferencia de la Tierra, retornando a la montaña desde la que fue proyectada.

Y puesto que las áreas descritas por el movimiento del radio trazado desde el centro de la Tierra son proporcionales a su tiempo de descripción, su velocidad al retornar a la montaña no será menor que al principio, por lo que reteniendo la misma velocidad, describirá la misma curva una y otra vez, obedeciendo a la misma ley".