

Geometría euclídea

- (36) Sean $\vec{a}, \vec{b} \in \mathcal{V}_2$ tales que $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = \frac{\pi}{4}$. Razonar cuál es el valor del ángulo $\widehat{(\vec{a}, \lambda \cdot \vec{b})}$ si:

 - $\lambda > 0$
 - $\lambda < 0$

(37) ¿Qué relación existe entre los ángulos $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$ y $\widehat{(\vec{a}, \vec{a} + \vec{b})}$ si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son dos vectores libres, no nulos, de igual módulo y distinta dirección?

(38) Los puntos $A B C D$ son los vértices de un rectángulo y $\vec{u} = [\vec{AB}]$, $\vec{v} = [\vec{CB}]$, $\vec{w} = [\vec{CD}]$ y $\vec{x} = [\vec{AD}]$. Calcular:

 - Los ángulos:
 - $(\vec{u}, 3 \cdot \vec{w})$
 - $(2 \cdot \vec{v}, -3 \cdot \vec{x})$
 - $(2 \cdot \vec{u}, \vec{w})$
 - Los productos escalares:
 - $(2 \cdot \vec{u}) \cdot (-3 \cdot \vec{v})$
 - $(-3 \cdot \vec{u}) \cdot (-\vec{w})$
 - $\vec{w} \cdot \vec{x}$
 - $(-\vec{v}) \cdot (2 \cdot \vec{w})$
 - $(3 \cdot \vec{v}) \cdot (-2 \cdot \vec{x})$

(39) Los puntos A, B, C, D, E, F son los vértices de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de radio 1. Calcular:

 - $[\vec{AB}] \cdot [\vec{BC}]$
 - $[\vec{AB}] \cdot [\vec{DE}]$
 - $[\vec{AB}] \cdot [\vec{CD}]$
 - $[\vec{AB}] \cdot [\vec{EF}]$
 - $[\vec{AB}] \cdot [\vec{FA}]$

(40) Conociendo los datos **D** calcular **A**:

(a) D : $ \vec{a} = 7$, $ \vec{b} = 8$, $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = \frac{\pi}{4}$	A : $(\vec{a} + \vec{b})^2$; $(\vec{a} - \vec{b})^2$
A : $\vec{a} \cdot \vec{b}$	(f) D : $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$, $\vec{a} \cdot \vec{c} = 6$
(b) D : $\vec{a} \cdot \vec{b} = 14$, $ \vec{a} = 11$, $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = \frac{\pi}{4}$	A : $\vec{a} \cdot (2\vec{b} + 6\vec{c})$, $(-6\vec{a}) \cdot (4\vec{b} - 3\vec{c})$
A : $ \vec{b} $	(g) D : $\vec{a} = -3\vec{b}$, $ \vec{a} = 2$
(c) D : $ \vec{a} = \vec{b} = 6$, $\cos(\widehat{(\vec{a}, \vec{b})}) = \frac{2}{3}$	A : $\vec{a} \cdot \vec{b}$
A : $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$	(h) D : $ \vec{a} ^2 = 2$, $\widehat{(\vec{a}, \vec{a} + \vec{b})} = \widehat{(\vec{b}, \vec{a} + \vec{b})} = \frac{\pi}{3}$
(d) D : $ \vec{a} + \vec{b} = 8$, $ \vec{a} - \vec{b} = 6$	A : $\vec{a} \cdot \vec{b}$
A : $\vec{a} \cdot \vec{b}$	(i) D : $\vec{a} \cdot \vec{b} = 27$
(e) D : $ \vec{a} = \vec{b} = 6$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$	A : $(7\vec{a}) \cdot \vec{b} \cdot (\sqrt{2}\vec{a}) \cdot (\sqrt{8}\vec{b}) \cdot (3/4\vec{a}) \cdot (-3/5\vec{b})$

(41) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $r \equiv x - 2y + 1 = 0$, que pase por el punto $P(2, -1)$.
Sol: $2x + y - 3 = 0$

(42) Hallar el punto de intersección de la recta $r \equiv x - y = 0$ con la recta que pasando por el punto $(3, 2)$ es perpendicular a r .
Sol: $P(5/2, 5/2)$

(43) Hallar el pie de la perpendicular trazada desde el punto $A(1, 2)$ a la recta $r \equiv 2x - y - 6 = 0$.
Sol: $(17/5, 4/5)$

(44) Calcular $\alpha \in \mathbb{R}$ para que la recta $x - \alpha y + 1 = 0$ sea perpendicular a la recta $(2 - \alpha)x - \frac{4}{3}y + 2 = 0$.
Sol: $\alpha = -6$

(45) Hallar las coordenadas del ortocentro del triángulo $\triangle ABC$ siendo $A(0, 0)$, $B(4, 1)$, $C(2, 4)$.
Sol: $(18/7, 12/7)$

(46) Hallar el punto simétrico de $P(3, 6)$ respecto de la recta $r \equiv x + 2y - 6 = 0$.
Sol: $Q(-3/5, -6/5)$

- 47) Calcular el ángulo formado por las rectas $r \equiv 2x - 3y + 4 = 0$, $s \equiv 5x - 2y - 3 = 0$
 Sol: $34^\circ 30' 31''$
- 48) Hallar la ecuación de la recta que forma 30° con la recta $y = x + 2$ y que pasa por el punto $P(2, 4)$ de esta última.
 Sol: $x - 2 = (2 - \sqrt{3})(y - 4)$ $x - 2 = (2 + \sqrt{3})(y - 4)$
- 49) Hallar la distancia del punto $P(1, -2)$ a las rectas:
 a) $r \equiv 3x - 5y + 6 = 0$
 Sol: $\frac{19}{\sqrt{34}}$
 b) $s \equiv \begin{cases} x = 1 + 2 \cdot \lambda \\ y = 3 - 5 \cdot \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$
 Sol: $\frac{10}{\sqrt{29}}$
- 50) Hallar la distancia entre las rectas: $r \equiv 2x + y - 4 = 0$
 $s \equiv 4x + 2y - 1 = 0$
 Sol: $\frac{7}{\sqrt{20}}$
- 51) Hallar la ecuación de la recta paralela a $r \equiv 3x + 4y - 6 = 0$ y que dista 6 unidades del punto $P(4, -1)$.
 Sol: $s_1 \equiv 3x + 4y + 22 = 0$ $s_2 \equiv 3x + 4y - 38 = 0$
- 52) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $r \equiv 6x + 8y - 1 = 0$ y que dista 5 unidades del punto $P(1, -2)$.
 Sol: $s_1 \equiv 4x - 3y - 35 = 0$ $s_2 \equiv 4x - 3y + 15 = 0$
- 53) Calcular el área del triángulo $\triangle ABC$ siendo $A(-2, 0)$ $B(4, 1)$ $C(3, 5)$.
 Sol: $S = \frac{25}{2}u^2$
- 54) Hallar la ecuación de la recta que pasa por $P(-1, 2)$ y es perpendicular a la recta $(x, y) = (0, 3) + \lambda(2, 3)$ $\lambda \in \mathbb{R}$.
 Sol: $2x + 3y - 4 = 0$
- 55) Calcular el ángulo que forman las rectas $(\lambda, \mu \in \mathbb{R})$:
 $r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2 \cdot \lambda \\ y = -1 - 3 \cdot \lambda \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} x = \mu \\ y = -2 + 4 \cdot \mu \end{cases}$
 Sol: $47^\circ 43' 35''$
- 56) Calcular la distancia del punto $P(2, -1)$ a la recta $(x, y) = (6, 1) + \lambda \cdot (3, 4)$ $\lambda \in \mathbb{R}$.
 Sol: 2
- 57) ¿Qué se puede afirmar de dos vectores $\vec{a}, \vec{b} \in \mathcal{V}_2$ tales que los vectores $\vec{a} + \vec{b}$ y $\vec{a} - \vec{b}$ son ortogonales ?
- 58) Hallar la proyección del punto $P(-6, 4)$ sobre la recta $4x - 5y = -3$.
 Sol: $(-2, -1)$
- 59) Escribir la ecuación de la recta que pasa por el origen y cuyo vector director es ortogonal al vector $\vec{v} = (10, 9)$.
 Sol: $y = -\frac{10}{9}x$
- 60) Dada la recta $r \equiv 4x - 2y + 9 = 0$ determinar una recta paralela y otra perpendicular a ella que pasen por el punto $P(2, -1)$. Determinar si alguna de ellas pasa por el punto $Q(2, 7)$.
 Sol: $\parallel 4x - 2y - 10 = 0$ $\perp x + 2y = 0$
- 61) Los lados de un triángulo están en las rectas: $x + 5y - 7 = 0$ $3x - 2y - 4 = 0$ $7x + y + 19 = 0$.
 Calcular su área.
 Sol: $17u^2$