

① Estudiar la continuidad y clasificar los puntos de discontinuidad de las funciones:

$$(1) f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$$

$$(2) f(x) = \frac{x - 1}{x^3 - x^2 + 3x}$$

$$(3) f(x) = 3x^2 + \frac{2}{x}$$

$$(4) f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+2}$$

$$(5) f(x) = \frac{x^3}{x^4 + 7}$$

$$(6) f(x) = \begin{cases} 3 - 2x & \text{si } x < 2 \\ x - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$(7) f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ -1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$(8) f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$(9) f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x < -1 \\ 0 & \text{si } x = -1 \\ -2 - x & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

$$(10) f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x \leq 3 \\ 1 - x^2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$(18) f(x) = \begin{cases} -\frac{2x^3 - 9x^2 + 12x - 4}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8} & \text{si } x \neq 2 \\ \frac{3}{4} & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

$$(19) f(x) = \begin{cases} \frac{|x-3|}{x-3} & \text{si } x \neq 3 \\ 0 & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

$$(20) f(x) = +\sqrt{x+2}$$

$$(21) f(x) = \sqrt[3]{\frac{2x+3}{5x-10}}$$

$$(22) f(x) = \sqrt[4]{\frac{5-x}{x-1}}$$

$$(11) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{si } x < 1 \\ 3x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$(12) f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ 3x - 2 & \text{si } 0 < x < 2 \\ 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$(13) f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x+3} & \text{si } x < 0 \\ x + 1 & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ x^2 - 1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$(14) f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2} & \text{si } x < -2 \\ \frac{1}{x} & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$(15) f(x) = \begin{cases} -\frac{4x}{x-2} & \text{si } x < -1 \\ \frac{6}{x-1} & \text{si } -1 < x < 3 \\ \frac{6x}{x+3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$(16) f(x) = \begin{cases} -\frac{x^4-1}{x^3+1} & \text{si } x \neq -1 \\ \frac{3}{4} & \text{si } x = -1 \end{cases}$$

$$(17) f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1 \\ 1 - |x| & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$(23) f(x) = \sqrt{\frac{2x^2 - x - 6}{x}}$$

$$(24) f(x) = E(x)$$

$$(25) f(x) = x - E(x)$$

$$(26) f(x) = x \cdot E(x)$$

$$(27) f(x) = (-1)^{E(x)}$$

$$(28) f(x) = x \cdot (-1)^{E(x)}$$

② Extender la función $g(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ sabiendo que es continua en $x_0 = 3$

③ Hallar el valor del parámetro k para que las funciones sean continuas en los puntos que se indican:

$$(1) f(x) = \begin{cases} \frac{5x^4 - 3x^3}{7x^5 + kx^3} & \text{si } x \neq 0 \\ \frac{2}{5} & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} \frac{kx^4 - 3x^3}{7x^5 + 3x^3} & \text{si } x \neq 0 \\ -1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

④ Dada la función: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2-x} & \text{si } x < 3; x \neq 2 \\ a & \text{si } x = 2 \\ b & \text{si } x = 3 \\ 2x - 7 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

- Demostrar** que no existe ningún valor de a para el cual la función es continua en $x = 2$
- Hallar** el valor de b sabiendo que la función es continua en $x = 3$
- Dibujar la gráfica de la función.

⑤ Estudiar, clasificando los puntos de discontinuidad, la continuidad de la función: $f(x) = \frac{2x^2 - 5x - 3}{2x^3 + x^2 - 2x - 1}$

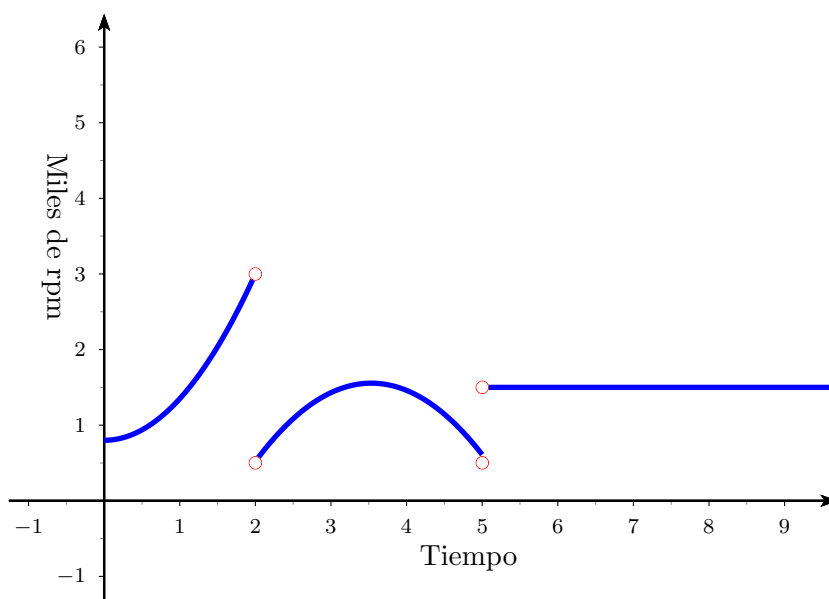
⑥ Dada la función: $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 3 & \text{si } x < 0 \\ k & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 2x + 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- Hallar el dominio máximo de la función.
- Calcular k sabiendo que la función f es continua en $x = 0$.
- Dibujar la gráfica de la función, con el valor de k obtenido.
- ¿Existe algún valor de k tal que la función sea continua en $x = 2$? **Razonar** la contestación.

⑦ Sea la función $f(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ y $h(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x-3} & \text{si } x \neq 3 \\ k & \text{si } x = 3 \end{cases}$

- Hallar las raíces o ceros de la función f .
- Determinar el valor de k que hace la función h continua en $x = 3$.
- Utilizando el valor obtenido en (b), determinar en qué caso la función h es par.

- ⑧ El tacómetro de un automóvil (con transmisión estándar) muestra las revoluciones por minuto (rpm) del motor. Cuando éste está funcionando muy rápido (con rpm muy altas), el conductor del automóvil cambia a un marcha de mayor velocidad. Cuando el motor funciona con rpm bajas, el automóvil empezará a tirar a menos que el conductor haga un cambio de velocidad mas bajo. En la figura se muestran las lecturas del tacómetro de un automóvil, durante una parte de un viaje.



- ¿En qué puntos hay discontinuidad? Clasificarlos.

- b) ¿Cuándo se hizo el cambio de velocidad?
- c) Se hizo uno de los cambios cuando porque el automóvil estaba subiendo una cuesta de mucha pendiente. ¿En qué momento ocurrió?

- ⑨ Una compañía de combustibles anuncia los siguientes precios del petróleo:

Volumen de entrega en galones	Precio por galón (en dólares)	Cargo por servicio (en dólares)
Hasta 100	\$ 1,13	\$ 15
Más de 100 y hasta 200	\$ 1,10	\$ 18
Más de 200	\$ 1,07	\$ 21

- a) Definir una función que modela la función costo $C(x)$, siendo x la cantidad (en galones) del combustible entregado.
- b) Dibujar la gráfica de la función.
- c) Estudiar las discontinuidades de la función $C(x)$.

- ⑩ El siguiente cuadro es parte de una declaración de impuestos:

Si la cantidad en el apartado a es:			
No mayor de \$ 3000, su impuesto es el 2 % de la cantidad de a:			
Mayor que ...	Pero no	Su impuesto es ...	Del exceso sobre ...
\$ 3000	\$ 5000	\$ 60 + 3 %	\$ 3000
\$ 5000	\$ 12000	\$ 120 + 5 %	\$ 5000
\$ 12000		\$ 470 + 5,75 %	\$ 12000

- a) Definir una función que modele la función impuestos $T(x)$, siendo x la cantidad del apartado a de la declaración.
- b) Dibujar la gráfica de la función.
- c) Estudiar las discontinuidades de la función $T(x)$.
- ⑪ Después de un campaña de limpieza, la contaminación de un río se modela por la función: $P(x) = \left(\frac{\sqrt{t} + 10}{t^2 + 10} \right) \cdot N$, donde t es el tiempo (en años) después de que se inicia la campaña y N es el nivel inicial de contaminación. Obtener el $\lim_{x \rightarrow 4} P(t)$ y explicarlo.
- ⑫ Cierta sustancia química concentrada se vende a \$ 100(dólares) por libra, para un pedido de 50 libras o menos, y a \$ 75 por libra, para un pedido de 75 libras o más. Sin embargo, en el caso de un pedido de x libras, $50 < x < 75$, el precio por libra es $150 - x$ (en dólares).
- a) Determinar el precio por libra para un pedido de 55 libras.
- b) Hallar el ingreso total obtenido por un pedido de 55 libras.
- c) Obtener un modelo $R(x)$ correspondiente a un pedido de x libras, $x \geq 0$.
- d) Estudiar la continuidad de la función $R(x)$.
- ⑬ Un fabricante puede producir móviles a un coste de \$ 20 cada uno. Se estima que si los móviles se venden a x dólares cada uno, los usuarios comprarán $120 - x$ de ellos al mes.

- a) Expresar el beneficio mensual del fabricante como una función del precio.
 - b) Dibujar dicha función.
 - c) Usando el gráfico estimar el precio de venta óptimo.
- ⑭ Se estima que el número de horas de trabajo requeridas para distribuir nuevas guías telefónicas al x por ciento de las familias en una cierta comunidad rural viene dada por la función $f(x) = \frac{600x}{300-x}$. Dibujar la gráfica de la función.
- ⑮ Los fisiólogos han medido el consumo de oxígeno $C(x)$ de un corredor, como una función de su velocidad:

$$C(x) = \begin{cases} \frac{5}{81}x^2 + 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 9 \\ x - 3 & \text{si } 9 < x < 20 \end{cases}$$

- a) Dibujar la gráfica de la función consumo de oxígeno.
- b) Interpretar los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 20^-} C(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 9} C(x)$$

- c) Estudiar la continuidad de la función.