

Ejercicios

1-1 De los siguientes números indica cuáles son racionales y cuáles irracionales:

a) $2,26313131\dots$

d) $2,236067979797\dots$

b) $2,4350435004350004\dots$

e) $1,3733733373\dots$

c) $1,363636\dots$

f) $0,10100100010000\dots$

1-2 Completar las siguientes tablas con los símbolos $\in$ y $\notin$:

	N	Z	Q	I	R
$-2\sqrt{3}$					
$7,0816666$					
$4,7$					
$\sqrt[3]{27}$					
$\frac{3}{5}$					
$\sqrt[4]{81}$					
$5,4165959\dots$					

	N	Z	Q	I	R
5210					
$-3,16$					
0					
$\sqrt{5}$					
-34					
$2 - \sqrt{3}$					
$0,010010001\dots$					

1-3 Escribir, si es posible, dos números irracionales, $\mathbb{I}$, tales que:

a) Su suma sea irracional.

e) Su producto sea irracional.

b) Su suma sea racional.

f) Su producto sea racional.

c) Su diferencia sea irracional.

g) Su cociente sea irracional.

d) Su diferencia sea racional.

h) Su cociente sea racional.

1-4 Escribir un número racional comprendido entre $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$.

1-5 Escribir un número irracional comprendido entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{5}$.

1-6 Escribir dos números irracionales comprendidos entre $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$

1-7 Escribir tres números racionales comprendidos entre 1 y $\sqrt{2}$.

1-8 ¿Se pueden colocar los vértices de un triángulo equilátero en las intersecciones de un papel cuadriculado? (Todos los cuadrados son iguales). **Razonar la contestación.**

1-9 Aplicando la definición de mayor o igual, determinar cuál de los dos números reales es mayor:

a) $\frac{3}{5}$ y $\frac{11}{18}$

b) $\frac{1}{\sqrt{6}} - 1$ y $-\frac{4}{5}$

c) $\sqrt{12} - \sqrt{11}$ y $\sqrt{11} - \sqrt{10}$

1-10 Razonar si los siguientes números pertenecen o no a los intervalos que se indican. Representar y calcular la longitud de los intervalos.

- | | | |
|--------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| a) $3 \in (2, 9, 7]$ | e) $-\sqrt{3} \in (-2, -1)$ | i) $0 \in (-\infty, -1]$ |
| b) $\sqrt{2} \in (1, 2)$ | f) $-9 \in (-7, 14)$ | j) $5 \in (5, +\infty)$ |
| c) $1 \in [-3, 2]$ | g) $3 \in (-1, +\infty)$ | k) $\pi \in (-2, 3, 14]$ |
| d) $0 \in [-5, -1]$ | h) $10^4 \in (0, 10^6)$ | |

1-11 La unión de dos intervalos ¿ es siempre un intervalo?, ¿ y la intersección?

1-12 Escribe un intervalo de longitud l que contenga el punto a :

- | | |
|-------------------------|-----------------------------|
| a) $l = 0,5$ y $a = -3$ | c) $l = +\infty$ y $a = 12$ |
| b) $l = 0,1$ y $a = 1$ | d) $l = 2$ y $a = \sqrt{3}$ |

1-13 Efectuar las operaciones que se indican entre los intervalos dados:

- | | |
|--|--|
| a) $(1, 1,5) \cap (0, 3]$ | g) $(-2, 0] \cap [-1, +\infty)$ |
| b) $(-1, \sqrt{2}) \cup (0, 3,5]$ | h) $(-\infty, 2] \cup \left(-5, \frac{16}{3}\right]$ |
| c) $[-3, 2) \cap [7, 8]$ | i) $(-\infty, 2] \cap [1, +\infty)$ |
| d) $[-7, -0.\widehat{3}] \cap (-2, 0]$ | j) $(-5, -3) \cup (-4, 7] \cup [7, 8)$ |
| e) $(-7, 0) \cap (0, 7)$ | k) $((-3, 2] \cup [0, 6]) \cap [4, 8]$ |
| f) $(-\infty, 4] \cap (-2, 0)$ | l) $((-16, -5) \cap (-10, 0]) \cup [-5, -1]$ |
| m) $((-6, -3) \cup (-3, -1)) \cap ((-2, 0] \cup (5, 7])$ | |

1-14 Dados los intervalos: $A = (-\infty, -1]$ y $B = \left[-\frac{3}{2}, 6\right)$:

- Representarlos sobre la recta real.
- Hallar y representar: $A \cup B$ y $A \cap B$.
- Hallar, si existe, un número irracional que pertenezca al intervalo B .

1-15 Dados los intervalos: $A = (-3, +4]$, $B = (-\infty, 0)$, $C = \left[-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$ y $D = (0, +\infty)$:

- Representarlos en la recta real. Y hallar su longitud.
- Comprobar** la propiedad asociativa de la unión de intervalos con A , B y C .
- Comprobar** la propiedad conmutativa de la intersección de intervalos con B y C .
- Calcular y representar: $B \cup D$ y $B \cap D$.
- Escribir, si es posible, un intervalo cuya intersección con A sea un único número real.

1-16 Comprobar con ejemplos las siguientes propiedades del valor absoluto:

$$|a + b| \leq |a| + |b| \qquad |a \cdot b| = |a| \cdot |b|$$

La primera propiedad recibe el nombre de **desigualdad triangular**.

1-17 Determinar, si es posible, el valor de $a \in \mathbb{R}$ tal que:

- | | |
|---------------|-----------------|
| a) $ a = 2$ | c) $ a = a$ |
| b) $ a = -3$ | d) $ a \geq 3$ |

1-18 Consideremos el punto M que corresponde con el 1 en la recta real. Dibujar sobre la recta real el conjunto de los reales cuya distancia al punto M es:

- | | | |
|------------------|---------------------|---------------------|
| $a)$ Igual a 2. | $c)$ Mayor que 2 | $e)$ No mayor que 3 |
| $b)$ Menor que 2 | $d)$ No menor que 1 | $f)$ Igual a 0. |

Dar la solución por medio de intervalos y sus operaciones.

1-19 Repetir el ejercicio si M es -2 .

1-20 Consideremos dos números reales $a \in (1, 2)$ y $b \in (2, 3)$, entonces:

- $a)$ La suma $a + b$ pertenece al intervalo
- $b)$ La diferencia $a - b$ pertenece al intervalo
- $c)$ El producto $a \cdot b$ pertenece al intervalo
- $d)$ El cociente $\frac{a}{b}$ pertenece al intervalo

1-21 Repetir el problema con los datos:

- | | |
|--------------------------------------|---|
| $a)$ $a \in (2, 3)$ y $b \in (4, 5)$ | $b)$ $a \in (-2, -1)$ y $b \in (-3, 0)$ |
|--------------------------------------|---|

Ejercicios

2-1 Escribir en forma de potencia de base 4 los siguientes números:

a) 1

b) 4

c) 16

d) $\frac{1}{4}$

e) $\frac{1}{16}$

f) -64

g) $\frac{1}{256}$

h) $\frac{1}{1024}$

i) -256

2-2 Calcular:

a) $\frac{3^3}{3^6}$

b) $\frac{5^7}{5^5}$

c) $\frac{14^4}{2^5 \cdot 7^4}$

d) $\frac{2^{-3} + 2^3}{4^3 + 1}$

e) $\frac{(3^4 + 3^3)^2}{9^3}$

f) $(-4)^{-2} : 4^{-4}$

g) $(2^2)^2 \cdot 4$

h) $(5^{-4}) \cdot (5^{-4})^{-2}$

i) $2^{-5} : (2^3 : 2^6)$

j) $(8 \cdot 2^{-4})^{-1}$

k) $\frac{2 \cdot 3^{20} - 5 \cdot 3^{19}}{(-9)^9}$

l) $9 \cdot (27)^{-1} \cdot (3^2)^3 : \left(\frac{1}{3^{-2} : \frac{1}{81}} \right)$

m) $(0,25)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{4} \right)^2 + 25 \cdot \left[\left(\frac{4}{3} \right)^{-2} : \left(\frac{5}{4} \right)^3 \right] : \left(-\frac{2}{3} \right)^{-3}$

n) $2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^0 - 2^{-2} \cdot 4 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{2} \right] \cdot 8$

ñ) $\left(\frac{1}{3} \right)^{-1} - \left(-\frac{6}{7} \right)^0 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 : 2$

o) $[(0,1)^2]^0 + \left[\left(\frac{1}{7} \right)^{-1} \right]^2 \cdot \frac{1}{49} [(2^2)^3 : 2^5]$

2-3 Escribir las expresiones numéricas en forma de a^n , donde $a \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{Z}$:

a) $25 \cdot 5^{-1} \cdot 5^3$

b) $(-16) \cdot (1 : 2^5) \cdot 2^3$

c) $2^5 : (2^4 : 2^3)$

d) $3^2 \cdot 2^5 \cdot \left(\frac{3}{2} \right)^{-2}$

e) $3^2 \cdot \frac{1}{243} \cdot 81^2 \cdot 3^{-3}$

f) $(3^{-2})^{-2} \cdot 3^{-5} \cdot 27$

g) $4^{-6} \cdot 256^2 \cdot 2^4$

h) $\left[\left(\frac{1}{9} : \frac{8}{27} \right) : \frac{16}{48} \right] \cdot \frac{81}{128}$

2-4 Escribir:

a) a^6 en forma de potencia de base a^2 .

b) d^{12} en forma de potencia de base d^4 .

c) $a^6 \cdot a^5 : a^2$ en forma de potencia de base a^3 .

d) $(a^2)^3 \cdot (a^3)^2$ en forma de potencia de base a^2 .

2-5 Operar con potencias y simplificar:

$$a) (3^{-2})^{-1} \cdot 5^3 \cdot 3^{10} \cdot (5^{-1})^5$$

$$b) (2^2)^{-1} \cdot (2^5 \cdot 5^{-6})^2 \cdot (5^{-1})^{-2} \cdot 5$$

$$c) (-2)^{-2} \cdot (-3)^3 \cdot 2^7 \cdot 3^{-4} \cdot 2$$

$$d) \frac{1}{10^3} \cdot 10^5 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{1}{10^{-1}}$$

$$e) \frac{2^4 \cdot (-5)^3 \cdot 2^{-7} \cdot (5^2)^{-2}}{(5^2)^3 \cdot 5^{-2} \cdot 2^8 \cdot 5}$$

$$f) \frac{(2^4 \cdot 5 \cdot 7)^3 \cdot (5^2 \cdot 7^{-1})^2}{5^3 \cdot 2^4 \cdot 7}$$

$$g) (-5)^3 \cdot (-2)^{-3} \cdot (-5)^{-2} \cdot (-2^{-1})$$

$$h) \frac{\left(\frac{1}{9}\right)^2 \cdot 3^{-3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{-3} \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot 5^0}{2^{-3} \cdot 3^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2}$$

$$i) 2^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 - 2^{-2} \cdot 4 + \left((-2)^2 : \frac{1}{2}\right) \cdot 8$$

$$j) \frac{(150)^3 \cdot (270)^{-3} \cdot (225^4)^{-2}}{(75^4)^3 \cdot (125^{-2})^{-7}}$$

2-6 Simplificar, operando con potencias, las siguientes expresiones:

$$a) x^0 y^{-2}$$

$$f) \left(\frac{x^{-1} y^2 z^{-3}}{y^{-1} z^{-2}}\right)^5$$

$$k) \frac{3^{-2} a^2 b^2}{2^{-1} a^2 b^{-1}}$$

$$o) a^{-1} b^{-1} c - abc^{-1}$$

$$b) x^{-2} x^{-3}$$

$$g) \frac{a}{b} + \frac{b^{-1}}{a^{-1}}$$

$$l) \frac{18x^3 y^{-2} z^0}{12x^{-1} y z^{-2}}$$

$$p) \frac{a^{-3} + b^{-2}}{a^{-1}}$$

$$c) \left(\frac{a^{-2}}{b^{-3}}\right)^{-2}$$

$$h) \frac{a}{b^{-1}} + \frac{b}{a^{-1}}$$

$$m) \frac{4^{-2} a^{-1} b^2 c^{-3}}{2^{-3} a^2 b^{-3} c^{-2}}$$

$$q) \frac{x^{-1} + y^{-2}}{y^{-1}}$$

$$d) \frac{24a^{-4} b^{-2} c^4}{15a^{-3} b^{-4} c^5}$$

$$i) 3x^{-1}y + 2xy^{-1}$$

$$n) \left(\frac{8^{-2} a^0 b^{-3}}{4^{-3} a^{-2} b^2}\right)^{-3}$$

$$r) (x^2 \cdot y) : (2yx^{-2})$$

$$e) \left(\frac{a^{-2} b^3 c^{-2}}{a^{-1} b^{-2}}\right)^3$$

$$j) \frac{x^{-1} y^{-3}}{x^{-4} z^{-1}}$$

$$\tilde{n}) \left(\frac{5^{-3} c^{-4} d^{-2}}{25^{-2} c^3 d^{-5}}\right)^{-3}$$

$$s) \left(\frac{2x^2 y}{x^3 y}\right) : \left(\frac{1}{y} \cdot \frac{yx^3}{xy}\right)$$

2-7 Hallar los números enteros, $n \in \mathbb{Z}$, tales que :

$$a) 729^n = 1$$

$$c) 4^{-2} \cdot \frac{1}{16} \cdot 2^5 \cdot 2^n = 1$$

$$e) 32^{-n} \cdot 16^n = 2048$$

$$g) 63 < 2^n \leq 128$$

$$b) \frac{1}{9} \cdot 27^n = 3^n$$

$$d) 512 \cdot 8^n = 1$$

$$f) 1 < 3^n < 25$$

$$h) 16 < \left(\frac{1}{2}\right)^n < 32$$

2-8 **Demostrar** aplicando las propiedades de las potencias: $2^{30} > 4^{14}$

2-9 Comparar los números:

$$a) 91^2 \text{ y } 91^3$$

$$c) 3^{34} \text{ y } 2^{51}$$

$$e) (6^{101})^3 \text{ y } (6^3)^{101}$$

$$g) -27^3 \text{ y } 3^6$$

$$b) 10^{20} \text{ y } 20^{10}$$

$$d) 202^{303} \text{ y } 303^{202}$$

$$f) (3^{-2})^{-3} \text{ y } (3^3)^2$$

$$h) 15625^4 \text{ y } 5^{25}$$

2-10 **Demostrar** la divisibilidad de los números:

$$a) 8^{10} - 8^9 - 8^8 \text{ por } 55.$$

$$d) 45^{45} \cdot 15^{15} \text{ por } 75^{30}.$$

$$g) 51^7 - 51^6 \text{ por } 25.$$

$$b) 10^9 + 10^8 + 10^7 \text{ por } 555.$$

$$e) 24^{54} \cdot 54^{24} \cdot 2^{10} \text{ por } 72^{63}.$$

$$c) 81^7 - 27^9 - 9^{13} \text{ por } 45.$$

$$f) 7^6 + 7^5 - 7^4 \text{ por } 11.$$

$$h) 5^5 - 5^4 + 5^3 \text{ por } 7.$$

2-11 **Demostrar** que para cualquier número n natural:

$$a) \text{ El número } 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n \text{ se divide por } 10.$$

$$b) \text{ El número } 3^{n+3} + 2^{n+3} + 3^{n+1} + 2^{n+2} \text{ se divide por } 6.$$

Ejercicios

3-1 Calcular, si es posible, las siguientes raíces:

(I) $\sqrt[3]{8000}$	(VIII) $\sqrt[5]{10^{200}}$	(XV) $\sqrt[3]{8 \cdot 27}$
(II) $\sqrt[4]{-16}$	(IX) $\sqrt[3]{-2^{204}}$	(XVI) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$
(III) $\sqrt[5]{-32}$	(X) $\sqrt[3]{0,125}$	(XVII) $\sqrt[5]{6^5 \cdot 3^5}$
(IV) $\sqrt[3]{\frac{64}{27}}$	(XI) $\sqrt[4]{16}$	(XVIII) $\sqrt{8\sqrt{4} \cdot \sqrt[3]{64}}$
(V) $\sqrt[3]{-\frac{512}{8}}$	(XII) $\sqrt{\frac{36}{25}}$	(XIX) $\sqrt{4^2 \cdot 3^6 : 7^4}$
(VI) $\sqrt[4]{81}$	(XIII) $\sqrt[3]{\frac{64}{27}}$	(XX) $\sqrt[7]{64\sqrt[3]{8}}$
(VII) $\sqrt[4]{\frac{256}{2041}}$	(XIV) $(\sqrt[3]{2\sqrt{2}})^2$	(XXI) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$
		(XXII) $(2\sqrt{2})^2 \cdot (\sqrt[4]{3})^8$

3-2 Extraer todos los factores posibles del radical:

a) $\sqrt{216a^4}$	f) $\sqrt[3]{-\frac{2}{27}}$	k) $\sqrt[12]{81}$
b) $\sqrt{243a^7}$	g) $\sqrt[3]{135 \cdot a^6 \cdot b^7}$	l) $\sqrt{16x - 64}$
c) $\sqrt[3]{128a^4b^{27}}$	h) $\sqrt[4]{14000 \cdot a^9}$	m) $\sqrt[3]{64 \cdot a^3 \cdot b^9}$
d) $\sqrt[3]{\frac{56a^4}{54b^7}}$	i) $\sqrt[4]{a^2 + 2ab + b^2}$	n) $\sqrt{192 \cdot (x+a)^4 \cdot (x-9)^2}$
e) $\sqrt[4]{1024a^{17}b^{36}}$	j) $3 \cdot \sqrt{18 \cdot a \cdot b^4}$	ñ) $\sqrt{25 - 75a}$
		o) $\sqrt{a^4 - a^2b^2}$

3-3 Representar los números en forma $a\sqrt[n]{b}$, siendo $a, n \in \mathbb{N}$:

a) $\sqrt{\frac{1}{5}}$	c) $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$	e) $4\sqrt[3]{\frac{3}{8}}$
b) $\sqrt{\frac{5}{2}}$	d) $\sqrt[3]{\frac{2}{9}}$	f) $\sqrt[3]{\frac{11}{3}}$

3-4 Introduce en el radical los factores y simplifica:

a) $4a\sqrt{a}$	c) $a + b\sqrt[3]{a}$	e) $\frac{2}{5}\sqrt[3]{\frac{25}{4}}$
b) $3ab^2\sqrt[3]{\frac{a}{9b}}$	d) $(a+2)\sqrt[4]{\frac{2}{a+2}}$	f) $\frac{a^2b^3}{2}\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$

3-5 Reducir a índice común los radicales:

a) $\sqrt{3}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{3}$

d) $\sqrt{2x}, \sqrt[5]{8x^2}, \sqrt[6]{32x}, \sqrt[3]{x^2}$

b) $\sqrt{2}, \sqrt[4]{2}, \sqrt[5]{2}$

e) $\sqrt{2xy}, \sqrt[3]{3xy^2}, \sqrt[4]{4x^3y^3}, \sqrt[6]{6x^5y^3}$

c) $\sqrt[10]{\frac{1}{2}}, \sqrt[15]{\frac{1}{3}}, \sqrt[12]{4}$

3-6 Efectuar las operaciones y simplificar el resultado:

a) $\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{9}$

h) $\sqrt{3^4} : \sqrt{5^4}$

n) $\sqrt[3]{4 \cdot a \cdot x^2} \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot x^2} \cdot \sqrt[3]{12 \cdot a \cdot x}$

b) $\frac{\sqrt[4]{75}}{\sqrt[4]{45}}$

i) $\sqrt[4]{625} : \sqrt[3]{4\sqrt{256}}$

ñ) $\sqrt{50} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[6]{\frac{1}{250}}$

c) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{150}$

j) $\sqrt[6]{x^5} \cdot \sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[10]{x^7}$

o) $\frac{\sqrt[3]{9 \cdot x^2 \cdot y}}{\sqrt[3]{723x \cdot y^2}}$

d) $\sqrt[3]{a^2 \cdot b \cdot c} \cdot \sqrt[5]{a^4 \cdot c^3}$

k) $\frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[12]{64}}$

p) $\frac{\sqrt[3]{9 \cdot x^2 \cdot y^5} \cdot \sqrt{81 \cdot x^3 \cdot y^4}}{\sqrt{3 \cdot x^3 \cdot y^7 \cdot z^5}}$

e) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$

l) $\frac{\sqrt[6]{125}}{\sqrt[4]{25}}$

q) $\frac{\sqrt[6]{(x-a)^3}}{\sqrt[4]{(x-a)^2}}$

f) $\sqrt[5]{7^3 \cdot 2^2} \cdot \sqrt[5]{7^2 \cdot 2^3}$

g) $\sqrt[3]{7 + \sqrt{22}} \cdot \sqrt[3]{7 - \sqrt{22}}$

m) $4 \cdot \sqrt{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3}$

3-7 Efectuar las operaciones y simplificar:

(I) $3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + \sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

(x) $5\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20} - \frac{5}{4}\sqrt{20}$

(II) $\frac{2}{3}\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + \frac{4}{3}\sqrt{3} - \frac{1}{2\sqrt{3}}$

(XI) $5\sqrt{x^3y^3} - 3\sqrt{9x^3y} - 2x\sqrt{x^3y^3}$

(III) $6\sqrt{10} + 5\sqrt{90} - 3\sqrt{10} + \sqrt{10}$

(XII) $(3\sqrt{6} + \sqrt{150}) \cdot (3\sqrt{6} - \sqrt{150})$

(IV) $\sqrt{45} - 2\sqrt{500} + 4\sqrt{125}$

(XIII) $3\sqrt{5} - 4\sqrt{20} + 5\sqrt{45} - 3\sqrt{80}$

(V) $\sqrt{12} + \sqrt{45} + \sqrt{18}$

(XIV) $(3 + 4\sqrt{5}) \cdot (1 - 2\sqrt{5}) \cdot (1 + \sqrt{5})$

(VI) $(3\sqrt{5} - 2) \cdot (3\sqrt{5} - 1)$

(XV) $(3 + \sqrt{3}) \cdot (2 - 5\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}$

(VII) $(2\sqrt{6} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - \frac{1}{4}\sqrt{8}) \cdot 3\sqrt{6}$

(XVI) $4\sqrt{2} - \sqrt{32} + 5\sqrt{8} - \sqrt[5]{64}$

(VIII) $\sqrt[3]{48} + \sqrt[3]{135} - \sqrt[3]{384} - \sqrt[3]{40}$

(XVII) $\sqrt{16x^2a} - \sqrt[6]{64x^6a^3} - \sqrt{100a}$

(IX) $(\sqrt{8} - 2\sqrt{6} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{8} - 2\sqrt{6} - \sqrt{3})$

(XVIII) $(\sqrt{6} - 2\sqrt{3}) \cdot (4\sqrt{2} + 3\sqrt{6})$

(XIX) $(2\sqrt{8} + 3\sqrt{5} - 7\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{72} + \sqrt{20} - 4\sqrt{2})$

(XX) $\frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{5}}{3} - \frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4} - \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{5}}{12}$

(XXI) $(2\sqrt{6} - 3\sqrt{5} + 1) : 3 - (\sqrt{6} + 2\sqrt{5} - 3) : 5 - (3\sqrt{6} + 4\sqrt{5} - 1) : 15$

3-8 Racionalizar las siguientes expresiones:

(I) $\frac{6}{\sqrt[3]{2}}$

(IV) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}$

(VIII) $\frac{4}{3\sqrt{2} + 1}$

(II) $\frac{2}{3 + \sqrt{2}}$

(V) $\frac{2}{\sqrt[4]{49}}$

(IX) $\frac{1}{2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}$

(VI) $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

(X) $\frac{1}{1 + \sqrt{5} - \sqrt{10}}$

(III) $\frac{6}{\sqrt{12}}$

(VII) $\frac{a}{\sqrt{a} - b}$

(XI) $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

(XII) $\frac{a}{\sqrt[5]{a^2}}$	(XVIII) $\frac{9}{2\sqrt[4]{3}}$	(XXIV) $\frac{1}{\sqrt[4]{2}-1}$
(XIII) $\frac{b}{\sqrt{ab}}$	(XIX) $\frac{4\sqrt{30}}{\sqrt{5}-\sqrt{6}+\sqrt{7}}$	(XXV) $\frac{1}{2\sqrt{2}-\sqrt{3}+1}$
(XIV) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$	(XX) $\frac{2\sqrt{3}+3}{2\sqrt{3}-3}$	(XXVI) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt[4]{3}}$
(XV) $\frac{2}{5\sqrt[3]{5}}$	(XXI) $\frac{2}{3\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{1}{7\sqrt{3}}$	(XXVII) $\frac{\sqrt{a\sqrt{b}+\sqrt{a}}}{\sqrt{a\sqrt{b}-\sqrt{a}}}$
(XVI) $\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$	(XXII) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} + \frac{15}{2\sqrt{15}}$	
(XVII) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$	(XXIII) $\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$	(XXVIII) $\frac{1}{\sqrt[4]{7}-\sqrt[4]{6}}$

3-9 Escribir los radicales en forma de potencia con exponente racional:

a) $\sqrt[5]{36}$	h) $\frac{1}{\sqrt{3^5}}$	n) $\frac{\sqrt{2\sqrt{2}}}{4}$
b) $\sqrt[7]{16}$	i) $\sqrt[3]{3^4}$	o) $\left(\sqrt[6]{5\sqrt{5\sqrt{5}}}\right)^2$
c) $\sqrt{3^{-3}}$	j) $\sqrt[4]{3^7}$	p) $\sqrt{5\sqrt{5}} : \sqrt[3]{25}$
d) $\sqrt[7]{4^{-5}}$	k) $\frac{1}{\sqrt[3]{2^5}}$	q) $\sqrt[3]{2^3\sqrt{2\sqrt{2}}} : \sqrt[4]{2\sqrt{2}}$
e) $2\sqrt{8}$	l) $\sqrt[4]{xy^3}$	r) $\left(\sqrt[3]{4^3\sqrt{2\sqrt{2}}}\right)^{1/6}$
f) $\sqrt[3]{2^2}$	m) $3\sqrt[5]{27}$	
g) $\sqrt[6]{a^5}$	n) $\left(\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{4}}\right)^{-1}$	

3-10 Escribir en forma de radical las siguientes potencias y simplificar:

a) $4^{1/5}$	e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{0,75}$	i) $3^{1/2} \cdot 9 \cdot 3^{-5/2}$
b) $7^{3/7}$	f) $3^{-1/3}$	j) $\frac{1}{2} \cdot (2^{-1/12})^{-24}$
c) $3^{0,5}$	g) $5^{-0,8}$	k) $36^{0,4} \cdot 2^{1/5} \cdot 3^{1/5}$
d) $2^{0,25}$	h) $2^{-5/2}$	l) $(9 \cdot 3^{1/3})^{3/7}$

3-11 Efectuar las siguientes operaciones expresando los radicales en forma de potencia. Escribe el resultado en forma de radical. Comprobar que operando en forma de radical se obtienen los mismos resultados.

a) $\sqrt[7]{2^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[14]{2^5}$	f) $\frac{2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{5}}{6(\sqrt[3]{2})^2 \cdot 2 \cdot 5}$
b) $\sqrt{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{3^2}$	g) $(\sqrt[4]{3^3})^2 \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$
c) $\sqrt[5]{2^5} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt[6]{5^5}}$	h) $\sqrt[3]{250} \cdot \sqrt[6]{80} \cdot (\sqrt[6]{5})^4$
d) $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[7]{x^2} \cdot \sqrt{x}$	i) $\frac{\sqrt[7]{3^3}}{\sqrt[3]{3}} \cdot \sqrt[6]{3^2} \cdot \frac{1}{\sqrt[14]{3^5}}$
e) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[6]{2}}{\sqrt[15]{2}}$	j) $\sqrt[5]{25a^3b} \cdot (\sqrt[3]{b})^{-2} \cdot \sqrt{5a}$
	k) $\sqrt{3^{-3}} \cdot \sqrt[5]{81a^3} \cdot \sqrt[5]{a^4}$

$$l) \frac{(\sqrt[5]{3})^2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3^5} \cdot 3^{-2}}{\sqrt[10]{3^9} \cdot (\sqrt{3})^6}$$

$$m) \sqrt[5]{5\sqrt[5]{25}\sqrt[5]{125}\sqrt[5]{625}} \cdot \sqrt[5]{5\sqrt[5]{5}\sqrt[5]{5}\sqrt[5]{5}}$$

$$n) \sqrt[3]{3\sqrt[4]{4}\sqrt[5]{5}} \cdot \sqrt[4]{4\sqrt[5]{5}\sqrt[3]{3}} : \sqrt[5]{5\sqrt[3]{3}\sqrt[4]{4}}$$

3-12 Escribir los números en forma de potencia de base 2:

$$a) \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$e) (\sqrt[4]{2})^{\frac{1}{2}}$$

$$h) \sqrt[3]{\sqrt[3]{4}}$$

$$b) \frac{\sqrt[3]{2}}{8}$$

$$f) \left(\frac{1}{2}\sqrt[4]{8}\right)^4$$

$$i) \sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}$$

$$c) \frac{16}{\sqrt[6]{8}}$$

$$g) \sqrt{\sqrt{2}}$$

$$j) \sqrt[3]{2\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{2}}$$

$$d) (\sqrt[5]{4})^2$$

3-13 Operar y simplificar:

$$(I) \sqrt{\frac{\sqrt{81} \cdot \sqrt[3]{512} \cdot \sqrt[3]{32} \cdot \sqrt{162}}{\sqrt[4]{6561} \cdot \sqrt[3]{729} \cdot \sqrt{31250}}}$$

$$(II) \frac{\sqrt[5]{3125} \cdot \sqrt[4]{6561} \cdot \sqrt{729}}{\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{15625} \cdot \sqrt{324}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1000}{729}} \cdot \sqrt{48 \cdot 243}$$

$$(III) \left(\frac{1}{2}\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + \sqrt{10}\right) \cdot (\sqrt{2} + 3\sqrt{1,6} + 5\sqrt{0,4})$$

$$(IV) \left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{2}{7}\sqrt{\frac{4}{5}}\right) : \left(\frac{2}{7}\sqrt{\frac{1}{8}}\right)$$

$$(V) \frac{\sqrt{180} + \frac{\sqrt{245}}{14} - \sqrt{1,25} - \frac{\sqrt{320}}{2}}{\sqrt[5]{5\sqrt{2}+7} \cdot \sqrt[5]{5\sqrt{2}-7}}$$

$$(VI) \left(\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}\right) \left(\sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}}\right)$$

$$(VII) 30\sqrt[3]{\frac{1}{12}} + \frac{10}{3}\sqrt[3]{\frac{2}{3}} + 5\sqrt[3]{114}$$

$$(VIII) \sqrt{176} - 2\sqrt{275} + \sqrt{1584} - \sqrt{891}$$

$$(IX) \sqrt{252} - \sqrt{700} + \sqrt{1008} - \sqrt{448}$$

$$(X) 2\sqrt{x} + 5\sqrt{25x} - 3\sqrt{36x} - 4\sqrt{9x}$$

$$(XI) \frac{15}{\sqrt{10} - \sqrt{20} + \sqrt{40} - \sqrt{5} + \sqrt{80}}$$

$$(XII) 5\sqrt{1,28} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{50}{9}} + 6\sqrt{\frac{1}{18}} - (5\sqrt{0,02} - \sqrt{300})$$

$$(XIII) \left(\frac{x^3y^{-2}}{9y^2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{x^2y^{-3}}{6y^3}\right)^2$$

$$(XIV) \sqrt{\sqrt[3]{100 \cdot a^2 \cdot b^2}}$$

$$(XV) \left(\frac{1}{6}x^{-1}y^3\right)^{-2} \cdot \left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{-2x^2}{y^3}\right)^{-4}$$

$$(XVI) \sqrt{12 - \sqrt{4 + \sqrt{29 - 2\sqrt{4}}}}$$

$$(XVII) \frac{\sqrt{15} - \sqrt{6}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}}$$

$$(XVIII) \frac{11}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}}$$

$$(XIX) \frac{\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} - 4\sqrt{2}}$$

$$(XX) \frac{\sqrt{10} + \sqrt{15}}{\sqrt{8} + \sqrt{12}}$$

$$(XXI) 0,027^{-1/3} - \left(-\frac{1}{6}\right)^{-2} + 256^{0,75} - 3^{-1} + 5,5^0$$

$$(XXII) (27^{1/3} \cdot 8^{2/3} \cdot 32^{2/5} \cdot 81^{3/4})^{1/2}$$

$$(XXIII) 4\sqrt{5\sqrt{48}} + 3\sqrt{40\sqrt{12}} - 2\sqrt{25\sqrt{27}}$$

$$(XXIV) \sqrt{\frac{x}{y} \sqrt{\frac{y}{x} \sqrt{\frac{x}{y}}}}$$

3-14 La suma de dos números es igual a $\sqrt{18}$ y su diferencia es, $\sqrt{14}$. **Demostrar** que el producto de dichos números es igual a la unidad.