

Problemas II

- 3

- (b) La ecuación de la recta del haz que tiene de pendiente $-\frac{1}{3}$.
- (c) La ecuación de la recta del haz que es paralela al eje de abscisas.
- (d) La ecuación de la recta del haz que es paralela al eje de ordenadas.
18. Consideremos el haz de rectas determinado por las rectas $\begin{cases} x - y = 0 \\ y = 3x - 1 \end{cases}$:
- (a) Hallar la ecuación de todas las rectas determinadas por dicho haz.
- (b) Hallar la ecuación de la recta del haz que pasa por el punto $Q(3, -2)$.
19. Comprobar si los puntos dados están alineados:
- (a) $P(6, 8)$, $Q(3, 4)$ y $R(9, 12)$. (c) $P(-2, 5)$, $Q(3, 1)$ y $R(8, -3)$.
- (b) $P(-1, -2)$, $Q(2, 2)$ y $R(5, 4)$.
20. Hallar el valor de m si los puntos están alineados:
- (a) $P(6, 8)$, $Q(3, 4)$ y $R(9, m)$. (b) $P(-1, -2)$, $Q(2, 2)$ y $R(5, n)$.
21. Hallar la ecuación de la recta paralela a la recta r :
- (a) $r \equiv \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2}$ por el punto $P(-3, 4)$.
- (b) $r \equiv 3x - 2y + 2 = 0$ por el punto $P(-1, 3)$.
- (c) $r \equiv x = 5y - 2$ por el punto $P(2, 0)$.
22. Los vértices de un triángulo son los puntos $P(2, 0)$, $Q(1, -3)$ y $R(-2, -5)$. **Comprobar** que las rectas que unen los puntos medios de dos lados es siempre paralela al tercer lado.
23. Los lados de un triángulo están situados en las rectas de ecuaciones: $6x + 5y - 8 = 0$, $5x + 3y - 2 = 0$ y $x + 2y + 1 = 0$. Hallar los vértices del triángulo y las ecuaciones de los lados del triángulo cuyos lados son paralelos a los del anterior, trazados por los vértices opuestos.
24. Los puntos $P(3, 1)$, $Q(4, 6)$ y $R(-2, 2)$ son vértices consecutivos de un paralelogramo. Hallar las coordenadas del cuarto vértice.
25. Determinar el valor de a si las rectas $\begin{cases} r \equiv ax + (a-1)y - 2(a+2) = 0 \\ s \equiv 3ax - (3a+1)y - (5a+4) = 0 \end{cases}$ son paralelas.
26. La recta $r \equiv 3x - ny = 7$ pasa por el punto $P(4, 1)$ y es paralela a la recta $s \equiv mx + 2y = 5$. Calcular m y n .
27. Hallar la ecuación de la recta perpendicular a la recta r y que pase por el punto P :
- (a) $r \equiv 5x + 3y - 2 = 0$ y $P(2, -1)$. (c) $r \equiv \frac{x+3}{-4} = \frac{y-1}{0}$ y $P\left(3, \frac{1}{2}\right)$.
- (b) $r \equiv y = -\frac{1}{3}x + 2$ y $P(1, -3)$. (d) $r \equiv \frac{2}{3}x + \frac{5}{2}y = 3$ y $P(0, 0)$.
28. Hallar las ecuaciones de las alturas del triángulo del ejercicio 9.
29. Hallar la ecuación de la perpendicular a la recta $r \equiv 2x + 5y - 3 = 0$ que tenga de ordenada en el origen $b = -1$.
30. Hallar, si existe, el valor de a si las rectas $\begin{cases} r \equiv ax + (a-1)y - 2(a+2) = 0 \\ s \equiv 3ax - (3a+1)y - (5a+4) = 0 \end{cases}$ son perpendiculares.
31. Hallar las coordenadas del pie de la perpendicular trazada desde el origen de coordenadas a la recta $r \equiv 5x + 2y - 28 = 0$.
32. Calcular las coordenadas del punto simétrico del origen de coordenadas respecto de la recta $r \equiv 4x + 3y - 50 = 0$.
33. Las rectas $\begin{cases} r \equiv 3x - my = 5 \\ s \equiv 2x + ny = 7 \end{cases}$ son perpendiculares. Determinar m y n si la recta s pasa por el punto $P(2, -1)$.
34. La recta $r \equiv x + 2y = 9$ es mediatriz del segmento $\overline{AB}$. Hallar las coordenadas del extremo B si A tiene de coordenadas $(2, 1)$.

35. Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos $A(1, -2)$ y $B(3, 0)$. Calcular, así mismo, el ángulo que forma la mediatriz con el semieje positivo de abscisas.
36. Dadas las rectas $\begin{cases} r \equiv mx + (2m + 1)y + 3 = 0 \\ s \equiv (4m - 7)x - (m + 2)y - 8 = 0 \end{cases}$, determinar m para que las rectas sean:
- (a) Paralelas
(b) Perpendiculares
37. Por el punto $P(2, 6)$ se trazan dos rectas perpendiculares a las bisectrices de los cuadrantes. Hallar:
- (a) Las ecuaciones de las rectas.
(b) Las coordenadas de los vértices del triángulo formado por las rectas y la de ecuación $r \equiv 3x - 13y - 8 = 0$.
38. Calcular la distancia de:
- (a) La recta $r \equiv 12x + 5y - 3 = 0$ desde el punto $P(1, 1)$
(b) La recta $r \equiv 3x + 4y + 10 = 0$ desde el punto $P(2, -3)$
(c) La recta $r \equiv y = 3x + 2$ desde el punto $P\left(\frac{1}{2}, 0\right)$
39. Hallar la longitud de la perpendicular bajada desde el origen de coordenadas a la recta $r \equiv 4x + 3y - 12 = 0$.
40. Hallar la distancia entre las rectas: $\begin{cases} r \equiv 2x - 3y - 5 = 0 \\ s \equiv 4x - 6y - 7 = 0 \end{cases}$.
41. ¿Cuáles son las coordenadas de un punto que dista 6 unidades del origen de coordenadas y está situado en una recta que forma un ángulo de 30° con el semieje positivo de abscisas?
42. ¿Cuál es la ecuación de una recta que forma un ángulo de 30° con el semieje positivo de abscisas y dista 6 unidades del origen de coordenadas?
43. Calcular la superficie de los triángulos de vértices:
- (a) $P(1, 0)$, $Q(2, -3)$ y $R(3, 1)$.
(b) $P(0, 4)$, $Q(-3, -3)$ y $R(3, -1)$.
(c) $P(1, 1)$, $Q(7, 3)$ y $R(5, 7)$.
(d) $P(0, 0)$, $Q(-2, -4)$ y $R(1, -3)$.
44. Hallar el área de los cuadriláteros de vértices:
- (a) $A(-1, 2)$, $B(0, -3)$, $C(2, -2)$ y $D(4, 4)$.
(b) $A(2, 1)$, $B(-3, 0)$, $C(-4, -2)$ y $D(5, -3)$.
45. Hallar el área del triángulo cuyos lados son:
- (a) $8x + 3y + 17 = 0$, $3x + 4y - 8 = 0$ y $4x + 5y - 11 = 0$ (b) $2y - 3x - 6 = 0$, $2x - 7y + 4 = 0$ y $5y + x - 15 = 0$
46. Un triángulo tiene de vértices los puntos $P(6, 3)$, $Q(-2, 5)$ y $R(4, -7)$. Hallar el área del triángulo formado por los puntos medios de los lados y compararla con el área del triángulo primitivo.
47. Hallar el área del triángulo determinado por el eje de abscisas, la bisectriz del primer y tercer cuadrante y la recta $r \equiv 5x + 2y - 21 = 0$.
48. Determinar el valor de m si las rectas $r \equiv mx = 12 - y$ y $s \equiv 3y = 4x - (m + 1)$ son paralelas. Hallar la distancia entre las rectas r y s en función del parámetro m .
49. Dados los puntos $P(2, 1)$, $Q(-3, 5)$ y $R(4, m)$, hallar m si el triángulo de vértices PQR tiene de área $6u^2$.
50. Calcular m para que las rectas $2x + y = 1$, $5x - 10 = 0$ y $y = 2x + m$, formen un triángulo de área $\frac{11}{4}u^2$.
51. Los lados de un paralelogramo son: $4y + 8 = 0$, $5x - 10 = 0$, $4y - 12 = 0$ y $5x + 10 = 0$. Calcular su perímetro y superficie.