

① Escribir los cuatro primeros términos de las sucesiones cuyo término general es:

a) $a_n = (-1)^n(n^2 + n)$

c) $a_n = \frac{2}{3}(n-1)^2$

b) $a_n = \frac{2n+1}{3n}$

d) $a_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n \text{ par} \\ -1 & \text{si } n \text{ impar} \end{cases}$

② Hallar el término general de las sucesiones:

a) $0, 3, -8, 15, -24, \dots$

e) $1, -3, 5, -7, 9, -11, \dots$

b) $4, 7, 10, 13, 16, \dots$

f) $6, 8, 10, 12, 12, \dots$

c) $3, \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{9}{4}, \frac{11}{5}, \dots$

g) $\frac{1}{2}, 1, \frac{9}{8}, 1, \frac{25}{32}, \frac{36}{64}, \frac{49}{128}, \dots$

d) $\frac{1}{4}, \frac{4}{9}, \frac{9}{16}, \frac{16}{25}, \frac{25}{36}, \dots$

h) $0, 3, 0, 6, 0, 9, \dots$

③ En una sucesión el término general es $a_{n+1} = \frac{a_n}{\sqrt{3}}$. Calcular el término sexto.

④ Demostrar si las sucesiones son crecientes o decrecientes:

a) $a_n = \frac{n}{2n+3}$

c) $a_n = \frac{n-1}{n}$

b) $a_n = \frac{2n+1}{n}$

d) $a_n = n^2 - 5n + 3$

⑤ El límite de la sucesión de término general $a_n = \frac{n+2}{4n-1}$ es $a = \frac{1}{4}$. Hallar a partir de qué término de la sucesión, todos los siguientes están a una distancia del límite más pequeña que 0,005.

⑥ **Demostrar**, a partir de la definición de límite, que $\lim_n \frac{3n+1}{n+2} = 3$. Calcular el término a partir del cual se verifica $|a_n - 3| < 10^{-2}$.

⑦ El $\lim_n \frac{3n^2-1}{n^2} = 3$. Calcular el término a partir del cual se verifica $|a_n - 3| < 25 \cdot 10^{-4}$.

⑧ El $\lim_n 3n^2 + 5 = +\infty$. Calcular el término a partir del cual se verifica $a_n > 10^5$.

⑨ Sea la sucesión: $a_1 = 0,9, a_2 = 0,99, a_3 = 0,999, a_4 = 0,9999, \dots$:

a) Escribir el término general a_n

b) Demostrar que es creciente.

c) Demostrar que está acotada.

d) ¿Existe $\lim_n a_n$? En caso afirmativo hallarlo.

⑩ Sea la sucesión de término general $a_n = \frac{2^n}{n!}$:

a) Demostrar que es decreciente.

b) Demostrar que $a_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}$.

c) Demostrar que la sucesión está acotada. ¿Existe $\lim_n a_n$? ¿Por qué?

⑪ Demostrar que una cota superior de la sucesión $a_n = \frac{3n^2-1}{2n^2+3}$ es $K = 2$. ¿Cuál es el $\lim_n a_n$?

⑫ La sucesión a_n , tal que $a_n = \begin{cases} \frac{2^n-1}{2^n} & \text{si } n \text{ es impar} \\ \frac{2^n+1}{2^n} & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$. ¿Tiene límite? En caso afirmativo calcularlo.

⑬ Demostrar que la sucesión de término general $a_n = 1 + (-1)^n$ no tiene límite.

⑭ Hallar los términos generales de las sucesiones y calcular, si existe, su límite:

a) $\frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots$

b) $\frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \dots$

c) $\frac{5}{1!}, \frac{5}{2!}, \frac{5}{3!}, \frac{5}{4!}, \dots$

d) $\frac{1}{2!}, \frac{-1}{4!}, \frac{1}{6!}, \frac{-1}{8!}, \frac{1}{10!}, \dots$

e) $2, 9, 28, 65, 126, \dots$

f) $\frac{4}{2}, \frac{8}{5}, \frac{16}{10}, \frac{32}{17}, \frac{64}{26}, \dots$

⑮ Hallar los límites de las sucesiones:

(a) $\lim_n \frac{3n^3 - 5n^2 + 7}{2n^2 - 4n^3 + 6}$

(b) $\lim_n \frac{2n^3 - 4n^2 + 5n + 3}{2 - n^2}$

(c) $\lim_n \frac{5n^4 - 3n^2 + 7n - 8}{n^4 + 2n^2 - 5n^5 + 3}$

(d) $\lim_n \frac{(3 - 5n)(8 - 3n^4)}{(2n^2 + 2)(3 - 9n^3)}$

(e) $\lim_n (\sqrt{2n+3} - \sqrt{n})$

(f) $\lim_n (\sqrt{n} - \sqrt{n^2 + 2})$

(g) $\lim_n (\sqrt{n^2 + 3} - \sqrt{n^2 - 1})$

(h) $\lim_n \frac{3\sqrt{n} + 2}{6\sqrt{n} + 1}$

(i) $\lim_n \left(\frac{2n^2 + 1}{n} - \frac{2n^3 + 3}{n^2 + 5} \right)$

(j) $\lim_n \frac{\sqrt{4n+2} + \sqrt{n+2}}{\sqrt{3n+7} - 2}$

(k) $\lim_n \frac{\frac{1}{n} + \frac{2}{n+1}}{\frac{3}{2n+7}}$

(l) $\lim_n \frac{\frac{2}{n^2}}{\frac{3n^2}{n^2+5} - 3}$

(m) $\lim_n \left[\frac{n+1}{n^2+2} : \left(\frac{n+1}{2n-1} - \frac{1}{2} \right) \right]$

(n) $\lim_n \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$

(ñ) $\lim_n \left(\frac{3n^2 - 5n + 7}{4n^3 - 3} \right) \frac{3 - n^2}{2n - 1}$

(o) $\lim_n \left(\frac{n}{3} - \frac{n^2 - 3}{3n + 1} \right) \frac{5n^2 - 3}{4n^2 - n^3}$

(p) $\lim_n \left(\frac{2n + 9}{\sqrt{2n+3}} \right) \frac{n^2 + 1}{-n + 1}$

(q) $\lim_n \left(\frac{3n^2 + 7n - 8}{\pi n^2 + 3} \right) \frac{2 - n^2}{5 + n}$

(r) $\lim_n \left(\frac{n^2 - 5n + 8}{n^2 - 3} \right) \frac{1 - 2n}{2n + 3}$

(s) $\lim_n \left(\frac{3n^2 - 7n + 4}{3n^2 - 5n + 3} \right) \frac{2n^2 - 5n + 3}{2 - n}$

(t) $\lim_n \left(\frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n}} \right)^{n+3}$

(u) $\lim_n \left(\frac{\sqrt{n} + 3}{\sqrt{n} + 7} \right)^{\sqrt{n+2}}$

(v) $\lim_n \sqrt[7]{\left(\frac{4n+7}{4n-3} \right) \frac{7n+1}{5}}$

(w) $\lim_n \left(\frac{n^3 + 2n + 5}{n^3 + 5n + 2} \right) \frac{3n^2 + 3n + 1}{4}$

SOLUCIONES

② a) $a_n = (-1)^{n+1}(n^2 - 1)$

b) $a_n = 3n + 1$

c) $a_n = \frac{2n+1}{n}$

d) $a_n = \frac{n^2}{(n+1)^2}$

⑤ $n_0 = 113$

⑥ $n_0 = 498$

⑨ a) $a_n = \frac{10^n - 1}{10^n} = 1 - \frac{1}{10^n}$

d) $\lim_n a_n = 1$

⑭ a) $a_n = \frac{1}{2n+5}, \lim_n a_n = 0$

b) $a_n = \frac{n+4}{n+5}, \lim_n a_n = 1$

c) $a_n = \frac{5}{n!}, \lim_n a_n = 0$

e) $a_n = (-1)^{n+1}(2n - 1)$

f) $a_n = 2(n+2)$

g) $a_n = \frac{n^2}{2^n}$

h) $a_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n \text{ es impar} \\ \frac{3n}{2} & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$

⑦ $n_0 = 20$

⑧ $n_0 = 183$

⑪ $\lim_n a_n = \frac{3}{2}$

d) $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{(2n)!}, \lim_n a_n = 0$

e) $a_n = n^3 + 1, \lim_n a_n = +\infty$

f) $a_n = \frac{2^{n+1}}{n^2 + 1}, \lim_n a_n = +\infty$

⑮ Hallar los límites de las sucesiones:

(a) $-\frac{3}{4}$

(b) $-\infty$

(c) 0

(d) $\frac{5}{6}$

(e) $+\infty$

(f) $-\infty$

(g) 0

(h) $\frac{1}{2}$

(i) 0

(j) $\sqrt{3}$

(k) 2

(l) $-\frac{2}{15}$

(m) $\frac{4}{3}$

(n) $\frac{1}{2}$

(ñ) $+\infty$

(o) 1

(p) 0

(q) $+\infty$

(r) 1

(s) $e^{4/3} = e^{\sqrt[3]{e}}$

(t) 0

(u) e^{-4}

(v) $\sqrt{e}$

(w) $e^{-9/4}$