

1. Un experimento de laboratorio se inicia con una población P_0 de bacterias. Dicha población se duplica cada 24 horas. Si $P(t)$ representa la población de bacterias en el tiempo t (en días), hallar una función que modele esta población y representarla.
2. El precio de una máquina se deprecia un 50% cada año de trabajo. Si el valor de compra es de V_0 pesetas, hallar la función $V(t)$ que nos modela el valor de la máquina en cualquier tiempo t (en años). Dibujar la gráfica de la función obtenida.
3. Dibujar las gráficas de las funciones exponenciales:

(a) $f(x) = 3^x$ (b) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ (c) $f(x) = e^x$ (d) $f(x) = \frac{1}{e^x}$

4. Con ayuda de las gráficas de las funciones del ejercicio 3, dibujar las gráficas de las funciones:

(a) $f(x) = 3^x + 2$ (c) $f(x) = 3^{x+1}$ (e) $f(x) = -e^x$ (g) $f(x) = e^{x-2}$
(b) $f(x) = 3^x - 1$ (d) $f(x) = 3^{x-2}$ (f) $f(x) = e^x - 5$ (h) $f(x) = 5 \cdot \frac{1}{e^x}$

5. Hallar el dominio máximo y las asíntotas de las funciones:

(a) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ (c) $f(x) = e^{-x^2}$
(b) $f(x) = 2^{\frac{x+1}{x-2}}$ (d) $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$

6. Resolver las ecuaciones exponenciales:

(1) $3^{1-x} = \frac{1}{243}$	(8) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 960$
(2) $(0,25)^{-x^2+2} = 4 \cdot 2^{-x}$	(9) $(0,125)^{x^2+7x+7} = 512$
(3) $25^{x^2+x} = (0.2)^{3x+3}$	(10) $9^{x-1} = 8 + 3^{x-2}$
(4) $\cdot 5^{x+1} - 30 \cdot 5^x + 5^3 = 0$	(11) $9^{x+3} = 3^{3x+5}$
(5) $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$	(12) $9^{x-1} - 3 = 2 \cdot 3^{x-1}$
(6) $3^x + 3^{1-x} = 4$	(13) $4^{x+1} = 1 - 3 \cdot 2^x$
(7) $\left(\frac{5}{2}\right)^{x-1} = 0.4$	(14) $4^x - 3 = 1 + 3 \cdot 2^x - 4$
	(15) $\sqrt[3]{a^{7-x}} = a^2, \quad a > 0$

$$(16) 4^{x-2} - 1 = 3 \cdot 2^{x-3}$$

$$(17) \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{4-2x}}}$$

$$(18) 9^{x+1} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$$

$$(19) 5^x - \frac{5}{5^{x-1}} = 24$$

$$(20) 4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$(21) (4^{3-x})^{2-x} = 1$$

$$(22) 7^{2x+3} - 8 \cdot 7^{x+1} + 1 = 0$$

$$(23) 3^{2x-1} = \sqrt{9^{x^2 - \frac{1}{4}}}$$

$$(24) 3 \cdot 2^{x+3} = 192 \cdot 3^{x-3}$$

$$(25) \frac{10^x}{10^3} = \sqrt[5]{10^4}$$

$$(26) 3^x \cdot (3^2)^x = 9^3$$

$$(27) {}^{x-1}\sqrt{2^{5-x}} = {}^{x+1}\sqrt{2^{2x+5}}$$

$$(28) \sqrt{a^x \sqrt{a^x \sqrt{a^x}}} = a^7$$

$$(29) \sqrt{a^{2x-1}} \cdot \sqrt[3]{a^{x-6}} \cdot \sqrt[4]{a^{3x-2}} = \sqrt[6]{a^{3x+1}}$$

$$(30) 2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$$

$$(31) 2^{2x+4} - 5 \cdot 2^{x+1} + 1 = 0$$

$$(32) 3 \cdot 81^{\frac{1}{x}} - 10 \cdot 9^{\frac{1}{x}} = -3$$

$$(33) (0.5)^{x^2} \cdot 2^{2x+2} - 64 = 0$$

$$(34) 32^{\frac{x+5}{x-7}} = 0.25 \cdot 128^{\frac{x+17}{x-3}}$$

$$(35) e^{2x} - (e+3)e^x + 3e = 0$$

7. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones exponenciales:

$$(1) \begin{cases} 2^x + 3^y = 7 \\ 2^{x+1} - 3^{y+1} = -1 \end{cases}$$

$$(8) \begin{cases} 3 \cdot 2^x - 5 \cdot 3^y = 3 \\ 2^{x+1} + 3^{y+1} = 59 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2^x + 2^y = 24 \\ 2^{x+y} = 108 \end{cases}$$

$$(9) \begin{cases} 2^x - 3^{y+1} = 5 \\ 2^{x+1} + 8 \cdot 3^y = 712 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2^{2x} + 2^{2y} = 85 \\ 2^{2(x+y)} = 324 \end{cases}$$

$$(10) \begin{cases} 8^y \cdot 2^{2x} = 128 \\ 3^{2y} \cdot 3^{x-1} = 27 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 5^{x+y} = 25^3 \\ 5^{x-y} = 25 \end{cases}$$

$$(11) \begin{cases} 8^{2x+1} = 32 \cdot 2^{4y-1} \\ 5 \cdot 5^{x-y} = \sqrt[5]{25^{2y+1}} \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} 3^{3x-y} = \sqrt{3^{10}} \\ 3^{3x+y} = 3 \end{cases}$$

$$(12) \begin{cases} 4^{\frac{x}{y}} = 32 \cdot 8^{\frac{y}{x}} \\ 3^{\frac{x}{y}} = 3 \cdot 9^{\frac{1-y}{y}} \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} 15 \cdot 5^{x-1} - 6^y = 339 \\ 3 \cdot 5^x + 2 \cdot 6^{y+1} = 807 \end{cases}$$

$$(13) \begin{cases} 2^{x+y} = 4^{x-y} \\ 3^{x \cdot y} = 9^6 \end{cases}$$

$$(7) \begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = -6 \\ 4 \cdot 2^x - 3 \cdot 3^y = -11 \end{cases}$$

$$(14) \begin{cases} \sqrt[x]{a} \cdot \sqrt[y]{a} = \sqrt[12]{a^7} \\ \sqrt[x]{a^3} : \sqrt[y]{a^4} = 1 \end{cases}$$

8. Supongamos que la *función logística* $f(t) = \frac{10000}{1 + 9(0.955)^t}$ modela la población de truchas en un lago, t semanas después de haber introducir truchas jóvenes.

(a) ¿Cuál fue la población inicial de truchas?

- (b) ¿Cuál es la población límite, es decir, $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$?
- (c) **Demostrar** que después de 1 año (52 semanas), la población de truchas ha crecido por encima de la mitad de su capacidad límite.
- (d) Trazar la gráfica de la función de población $f(t)$.

9. Supongamos que en una pequeña villa de 20000 habitantes brota una epidemia. El número de personas que ha contraído la enfermedad después de t días se modela por la función logística:

$$f(t) = \frac{20000}{1 + Be^{-Ct}}$$

- (a) Si 20 personas padecen la enfermedad después de 2 días y 40 personas están enfermas después de cinco días, **demostrar** que las constantes del modelo son $B = 1587$ y $e^{-C} = 0.793$.
- (b) ¿Cuántas personas han sido afectadas después de dos semanas (14 días)?
- (c) Comprobar que dentro de 32 días más de la mitad de la población habrá contraído la enfermedad.