

Problemas de trigonometría

① Expresa en función de x y simplifica: $\frac{\sin(2\pi - x) - \cos(-x) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1}{\sin(\pi - x)} \cdot (1 + \sin x)$

② Demostrar la igualdad: $\frac{1 - \sin^4 x}{\cos^2 x} = 2 - \cos^2 x$

③ Simplificar las siguientes expresiones:

a) $\frac{\tan^3 x \cdot \cos x + \tan x \cdot \cos x}{\sec^2 x}$

b) $\frac{\cos(\pi + x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi - x)}$

④ Resolver las ecuaciones trigonométricas:

a) $\sin^2 x + \cos x = 1$

c) $(3 - 5 \cos x) \cdot (1 + \tan^2 x) = 2$

b) $5 \sec x - 4 \cos x = 8$

d) $\sin(2x + \pi) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

⑤ Si $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ y α es un ángulo del cuarto cuadrante y $\sin \beta = \frac{4}{5}$ y β no está en el primer cuadrante, calcular:

a) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$

e) $\tan(2\alpha)$

h) $\tan\left(\frac{\beta}{2} - 2\beta\right)$

b) $\sin(2\alpha + 2\beta)$

f) $\tan \frac{\beta}{2}$

i) $\tan(3\alpha)$

c) $\tan(\pi - \beta)$

d) $\sin(\alpha - \beta)$

g) $\cos \frac{\alpha}{2}$

⑥ Demuestra que $\frac{\cos \alpha + \left(\frac{\cos 3\alpha}{3}\right)}{\sin \alpha - \left(\frac{\sin 3\alpha}{3}\right)} = \cot^3 \alpha$

⑦ Resuelve las ecuaciones:

a) $\cos 2x + \sin x = 0$

c) $\sqrt{3} \cdot \sin x + \cos x - 1 = 0$

b) $2 \sin^4 x - 7 \cos^2 x + 3 = 0$

d) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$

⑧ Hallar el dominio máximo de las funciones en el intervalo $[0, 2\pi)$:

a) $f(x) = \sqrt{\cos x - 1}$

b) $f(x) = \frac{x + 2}{1 + \sqrt{2} \sin(2x)}$

⑨ Sea la función $f(x) = 1 - 2 \cos(3x)$:

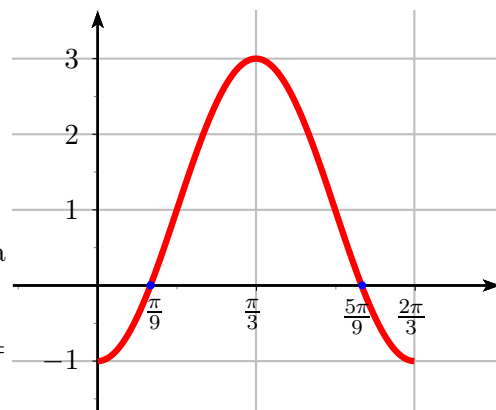
a) Hallar el periodo principal de la función.

b) Hallar el conjunto imagen.

c) Hallar los puntos de corte con el eje de abscisas.

d) Razonar que la gráfica de la función en el primer periodo es la adjunta.

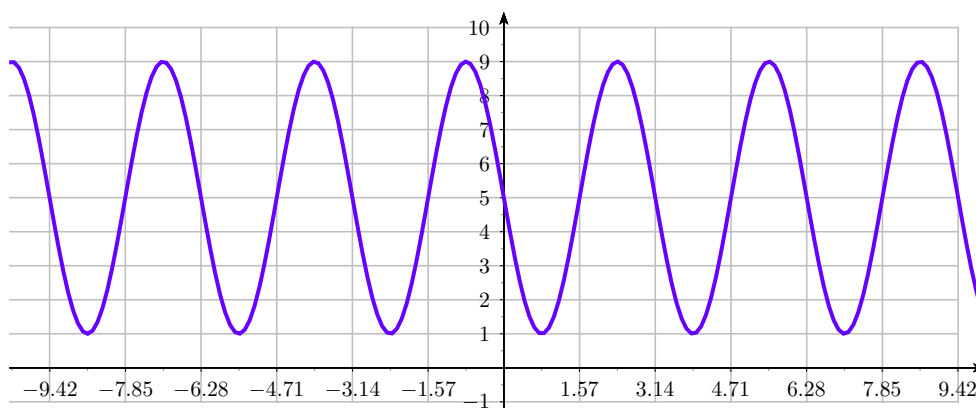
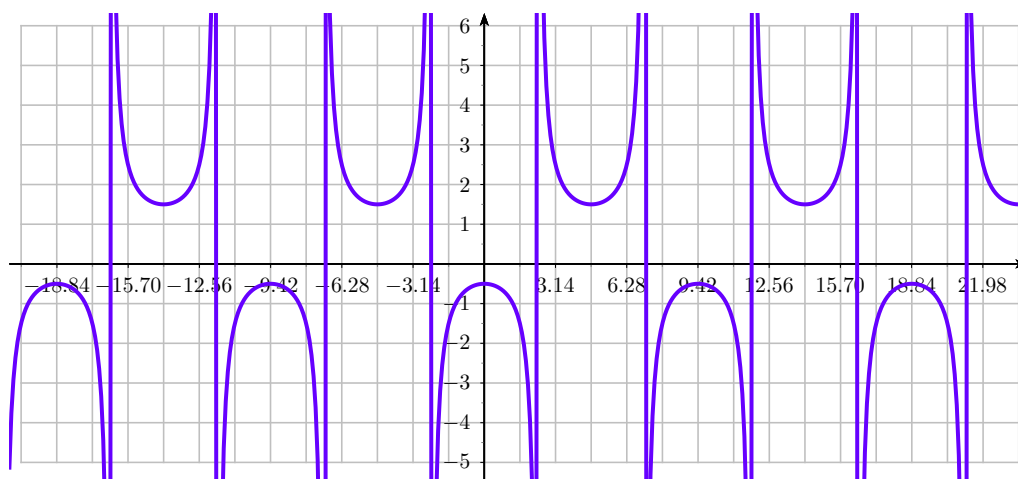
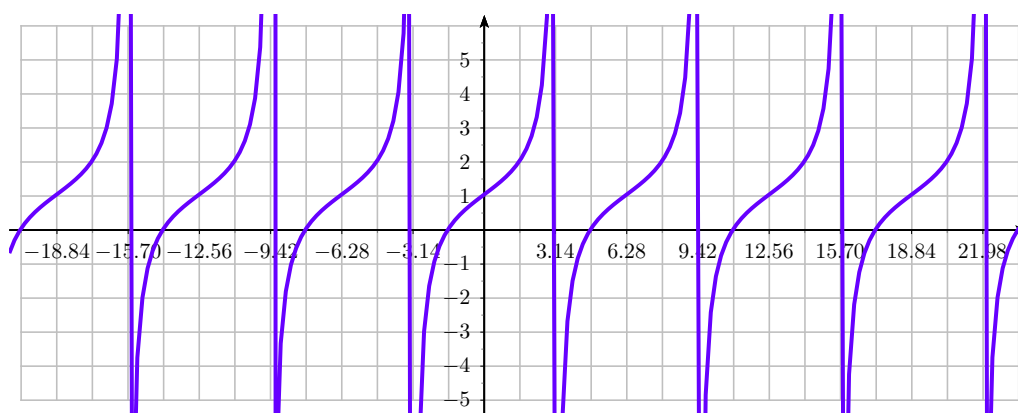
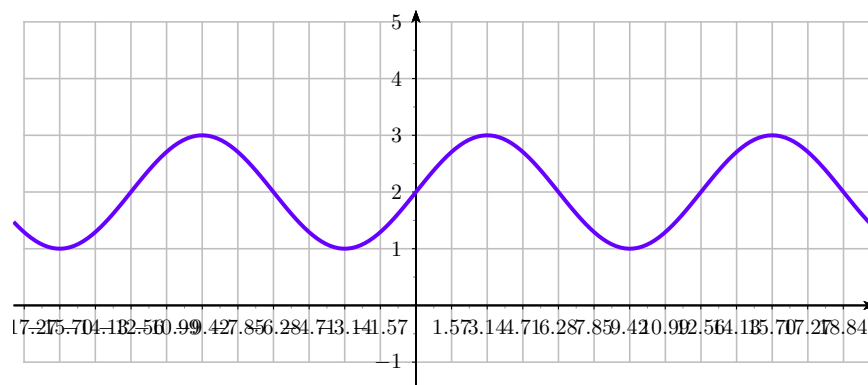
e) Con la ayuda de la gráfica hallar el dominio de la función $g(x) = \sqrt{1 - 2 \cos(3x)}$, en el primer periodo.



⑩ Hallar las propiedades de las funciones:

a) $f_1(x) = \frac{\pi}{3} + \tan \frac{x}{2}$ b) $f_2(x) = \frac{1}{2} - \sec \frac{2x}{3}$ c) $f_3(x) = 5 - 4 \sin(2x)$ d) $f_4(x) = 2 + \sin \frac{x}{2}$

Asociar, **razonadamente**, cada gráfica con la función correspondiente.



Soluciones

① $-\cos^2 x$

③ a) $\sin x$

b) 1

④ $\forall k \in \mathbb{Z}$

a) $\begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$

b) $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

c) $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

d) $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + 2k\pi \end{cases}$

⑤ a) $\frac{-\sqrt{5}}{5}$

b) 0,5376

c) $\frac{4}{3}$

d) 0

e) $\frac{24}{7}$

f) 2

g) $\frac{-2\sqrt{5}}{5}$

h) $-\frac{2}{11}$

i) $-\frac{44}{117}$

⑦ $\forall k \in \mathbb{Z}$

a) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$

b) $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

c) $\begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}$

d) $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}$

⑧ a) $D_f = \{0\}$

b) $D_f = [0, 2\pi) \setminus \left\{ \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}, \frac{15\pi}{8} \right\}$