

PROBLEMA RESUMEN DE GEOMETRÍA

1 Dados los puntos $A(1, 0, -1)$, $B(3, 0, 2)$, $C(2, 0, 1)$, las rectas

$$r \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1} \quad s \equiv \begin{cases} x+y-z=0 \\ 2x+z=1 \end{cases}$$

y el plano de ecuación $\pi \equiv x - 2y + z + 1 = 0$. Calcular

- (I) Ecuación vectorial y continua de la recta determinada por los puntos A, B .
- (II) Ecuación de la misma recta expresada como intersección de dos planos.
- (III) Recta que pasa por A y paralela a r .
- (IV) Plano que pasa por A y paralela a π .
- (V) Ecuación de la recta determinada por el punto A y perpendicular al plano π .
- (VI) Ecuación de la recta que pasa por A y que corta perpendicularmente a la recta r .
- (VII) Plano que contiene los puntos A, B y es perpendicular al plano π .
- (VIII) Coordenadas del punto de intersección de r y π .
- (IX) Ecuación del plano que contiene a r y cuya intersección con π es una recta perpendicular a la recta r .
- (X) Ecuación de la recta que pasa por A , es paralela al plano π y corta a r .
- (XI) Ecuación de la recta contenida en π y que corta y es perpendicular a r .
- (XII) Ecuación del plano que pasa por A y cuya intersección con los ejes de coordenadas son los vértices de un triángulo equilátero.
- (XIII) Intersección del plano π con el plano $z = 0$.
- (XIV) Ecuación del plano que contiene los puntos A, B, C .
- (XV) Ecuación que contiene r y pasa por A .
- (XVI) Ecuación del plano perpendicular a r y pasa por A .
- (XVII) ¿Pasa por el origen la recta determinada por A, B ?
- (XVIII) Posición relativa de las rectas r y s .
- (XIX) Hallar a para que la recta dada por: $\frac{x-a}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{2}$ corte a la recta s .
- (XX) Ecuación de la recta paralela al eje de cotas y que pasa por el punto B .
- (XXI) Hallar b y c para que el punto $(2, b, c)$ sea de s .
- (XXII) Ecuación del plano paralelo al eje OZ y que contiene a r .
- (XXIII) Ecuación de la recta que corta y es perpendicular a r y s .
- (XXIV) Ángulo de las rectas r y s .
- (XXV) Ángulo que forman la recta r y el plano π .
- (XXVI) Distancia de r a s .

SOLUCIÓN

$$(I) \quad (x, y, z) = (1, 0, -1) + \lambda(2, 0, 3) \\ \frac{x-1}{2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}$$

$$(II) \quad \begin{cases} y = 0 \\ 3x - 2z = 5 \end{cases}$$

$$(III) \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$$

$$(IV) \quad x - 2y + z = 0$$

$$(V) \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}$$

$$(VI) \quad \frac{x-1}{11} = \frac{y}{-8} = \frac{z+1}{-5}$$

$$(VII) \quad 6x + y - 4z = 10$$

$$(VIII) \quad (-3/2, 0, 1/2)$$

$$(IX) \quad 10x - 4y + 2z + 14 = 0$$

$$(X) \quad \frac{x-1}{11} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-7}$$

$$(XI) \quad \frac{x-3/2}{0} = \frac{y}{2} = \frac{z-1/2}{4}$$

(XII) Se obtienen dos posibles planos:

$$-x + y + z + 2 = 0$$

$$-x - y + z + 2 = 0$$

$$(XIII) \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0}$$

$$(XIV) \quad y = 0$$

$$(XV) \quad (x, y, z) = (1, 0, -1) + \alpha(1, 2, -1) + \beta(2, -1, -1)$$

$$(XVI) \quad x + 2y - z - 2 = 0$$

(XVII) El origen no pertenece a la recta

(XVIII) Las rectas se cruzan.

$$(XIX) \quad a = \frac{5}{4}$$

$$(XX) \quad (x, y, z) = (3, 0, 2) + \lambda(0, 0, 1)$$

$$(XXI) \quad b = -5 \quad c = -3$$

$$(XXII) \quad (x, y, z) = (-1, 1, 0) + \alpha(1, 2, -1) + \beta(0, 0, 1)$$

$$(XXIII) \quad \begin{cases} 9x - 12y - 15z + 21 = 0 \\ 17x + 19y - 20z + 1 = 0 \end{cases}$$

$$(XXIV) \quad \alpha = \arccos \frac{3}{\sqrt{84}}$$

$$(XXV) \quad \beta = \arcsin \frac{2}{3}$$

$$(XXVI) \quad d = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{5}$$